

# Elektriska drivsystem

## Föreläsning 8 - Analys och styrning av synkronmaskinen

Mattias Krysander

Institutionen för systemteknik  
Linköpings universitet  
matkr@isy.liu.se

2010-11-18

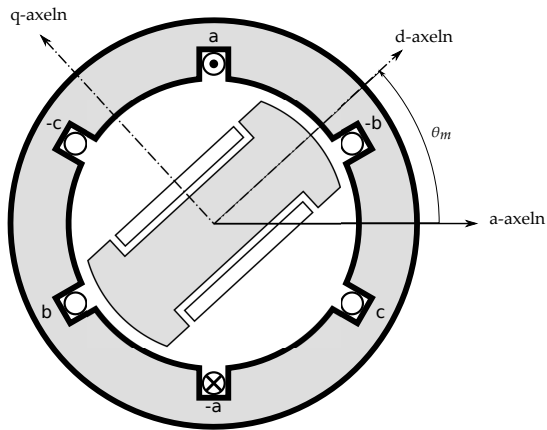
# Dagens föreläsning

- ▶ dq0-transformationen
  - ▶ Överför statorkoordinater till rotorkoordinater.
  - ▶ Storheter som t ex strömmar, induktanser blir konstanter i dq0-koordinater.
  - ▶ Grundläggande för modellering och analys av rotorerna med utpräglade poler.
  - ▶ Grundläggande för styrning av synkronmaskiner.
- ▶ Analys av maskiner med utpräglade poler
  - ▶ Reluktansmoment
- ▶ Styrning av synkronmaskiner

—— dq0-transformationen ——

## dq0-transformationen

dq0-transformationen transformerar storheter från fasernas magnetiska axlar a,b,c till axlarna d,q,0 relaterade till rotorn vid ett viss vinkel  $\theta_m$



- ▶ Längsaxeln (d-axeln) längs fältlindningens axel
- ▶ Tvärledsaxel (q-axel) vinkelrät mot fältlindningens axel
- ▶ Nollföljdsaxel (0-axel)

# dq0-transformationen

Parks (1929) transformation:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} S_d \\ S_q \\ S_0 \end{bmatrix}}_{=: S_{dq0}(t)} = \frac{2}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta_{me}) & \cos(\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_{me}) & -\sin(\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{=: T(\theta_{me})} \underbrace{\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}}_{=: S_{abc}(t)}$$

$$T^{-1}(\theta_{me}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{me}) & -\sin(\theta_{me}) & 1 \\ \cos(\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}$$

## Transformation av balanserad 3-fasström

Transformationen av en balanserad 3-fasström

$$i_a = \sqrt{2}I_a \cos \omega t \quad i_b = \sqrt{2}I_a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad i_c = \sqrt{2}I_a \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

till dq0-koordinater definierad av en rotorn som roterar med hastigheten  $\omega$  och med d-axeln  $\delta$  radianer från a-axeln vid  $t = 0$ , dvs  $\theta_{me} = \omega t + \delta$ , tecknas

$$i_{dq0}(t) = T(\omega t + \delta)i_{abc}(t)$$

vilket ger

$$i_d = \sqrt{2}I_a \cos \delta \quad i_q = -\sqrt{2}I_a \sin \delta \quad i_0 = 0$$

Notera att tillskillnad från  $i_{abc}$  så är  $i_{dq0}$  konstant eftersom en betraktare i det roterande koordinatsystemet uppfatta flödet skapat av ankarlindningarna som konstant och riktat i d-axelns riktning.

# dq0-transformering av grundekvationerna

Vi ska nu transformera

- ▶ Ekvationen för sammanlänkat flöde  $\lambda = Li$ .
- ▶ Spänningsekvationen  $v = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$
- ▶ Effektenekvationen  $p = vi$
- ▶ Momentekvationen

## Sammanlänkade flödet

Det sammanlänkade flödet för maskinen kan uttryckas som en funktion av olika induktanser och strömmar enligt:

$$\lambda_a = \mathcal{L}_{aa}i_a + \mathcal{L}_{ab}i_b + \mathcal{L}_{ac}i_c + \mathcal{L}_{af}i_f$$

$$\lambda_b = \mathcal{L}_{ba}i_a + \mathcal{L}_{bb}i_b + \mathcal{L}_{bc}i_c + \mathcal{L}_{bf}i_f$$

$$\lambda_c = \mathcal{L}_{ca}i_a + \mathcal{L}_{cb}i_b + \mathcal{L}_{cc}i_c + \mathcal{L}_{cf}i_f$$

$$\lambda_f = \mathcal{L}_{fa}i_a + \mathcal{L}_{fb}i_b + \mathcal{L}_{fc}i_c + \mathcal{L}_{ff}i_f$$

Vi ska nu se hur de olika induktanserna som i förra föreläsningen togs fram för fallet med cylindrisk rotor kan utökas till fallet med utpräglade poler.



## Induktanser som inte förändras

Liksom i fallet för cylindrisk rotor ger symmetri att rotorns självinduktans är konstant, dvs

$$\mathcal{L}_{ff} = L_{ff}$$

Likaså rotor-statorömseinduktansen förblir oförändrad, dvs

$$\mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos(\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{bf} = L_{af} \cos\left(\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathcal{L}_{cf} = L_{af} \cos\left(\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

# Induktanser som måste kompletteras

Statorlindningarnas självinduktanser

$$\mathcal{L}_{aa} = L_{aa0} + L_{a1}$$

$$\mathcal{L}_{bb} = L_{aa0} + L_{a1}$$

$$\mathcal{L}_{cc} = L_{aa0} + L_{a1}$$

där  $L_{aa0}$  ges av luftgapsflödet och  $L_{a1}$  av läckflödet.

# Induktanser som måste kompletteras

Statorlindningarnas självinduktanser

$$\mathcal{L}_{aa} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos(2\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{bb} = L_{aa0} + L_{a1}$$

$$\mathcal{L}_{cc} = L_{aa0} + L_{a1}$$

där  $L_{aa0}$  ges av luftgapsflödet och  $L_{a1}$  av läckflödet.

# Induktanser som måste kompletteras

Statorlindningarnas självinduktanser

$$\mathcal{L}_{aa} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos(2\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{bb} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathcal{L}_{cc} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

där  $L_{aa0}$  ges av luftgapsflödet och  $L_{a1}$  av läckflödet.

# Induktanser som måste kompletteras

Statorlindningarnas självinduktanser

$$\mathcal{L}_{aa} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos(2\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{bb} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathcal{L}_{cc} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

där  $L_{aa0}$  ges av luftgapsflödet och  $L_{a1}$  av läckflödet.

Ömseinduktanserna mellan fasernas lindningar

$$\mathcal{L}_{bc} = -\frac{1}{2}L_{aa0}$$

$$\mathcal{L}_{ab} = -\frac{1}{2}L_{aa0}$$

$$\mathcal{L}_{ac} = -\frac{1}{2}L_{aa0}$$

# Induktanser som måste kompletteras

Statorlindningarnas självinduktanser

$$\mathcal{L}_{aa} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos(2\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{bb} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathcal{L}_{cc} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

där  $L_{aa0}$  ges av luftgapsflödet och  $L_{a1}$  av läckflödet.

Ömseinduktanserna mellan fasernas lindningar

$$\mathcal{L}_{bc} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{ab} = -\frac{1}{2}L_{aa0}$$

$$\mathcal{L}_{ac} = -\frac{1}{2}L_{aa0}$$

# Induktanser som måste kompletteras

Statorlindningarnas självinduktanser

$$\mathcal{L}_{aa} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos(2\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{bb} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathcal{L}_{cc} = L_{aa0} + L_{a1} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

där  $L_{aa0}$  ges av luftgapsflödet och  $L_{a1}$  av läckflödet.

Ömseinduktanserna mellan fasernas lindningar

$$\mathcal{L}_{bc} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_{me})$$

$$\mathcal{L}_{ab} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathcal{L}_{ac} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos\left(2\theta_{me} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

## Sammanlänkande flödet i dq0-koordinater

Vi kan nu teckna det sammanlänkade flödet som

$$\begin{aligned}\lambda_{abc} &= \mathcal{L}_{ss}(\theta_{me})i_{abc} + \mathcal{L}_{sf}(\theta_{me})i_f \\ \lambda_f &= \mathcal{L}_{fs}(\theta_{me})i_{abc} + \mathcal{L}_{ff}i_f\end{aligned}$$

Om vi transformerar de sammanlänkande flödena och strömmarna till dq0-axlarna blir strömmar och induktanser konstanta. Om vi applicerar följande transformationer

$$\lambda_{dq0} = T\lambda_{abc} \qquad i_{abc} = T^{-1}i_{dq0}$$

fås

$$\begin{aligned}\lambda_{dq0} &= T\lambda_{abc} = T\mathcal{L}_{ss}i_{abc} + T\mathcal{L}_{sf}i_f = T\mathcal{L}_{ss}T^{-1}i_{dq0} + T\mathcal{L}_{sf}i_f \\ \lambda_f &= \mathcal{L}_{fs}T^{-1}i_{dq0} + \mathcal{L}_{ff}i_f\end{aligned}$$



## Sammanlänkande flödet i dq0-koordinater

Resultatet av transformationen blir

$$\lambda_d = L_d i_d + L_{af} i_f$$

$$\lambda_q = L_q i_q$$

$$\lambda_0 = L_0 i_0$$

$$\lambda_f = \frac{3}{2} L_{af} i_d + L_{ff} i_f$$

där

$$L_d = L_{a1} + \frac{3}{2} (L_{aa0} + L_{g2})$$

$$L_q = L_{a1} + \frac{3}{2} (L_{aa0} - L_{g2})$$

$$L_0 = L_{a1}$$

Storheterna  $L_d$  och  $L_q$  kallas för längs- resp. tvär-axelsynkroninduktansen och motsvarande reaktanser  $X_d = \omega_e L_d$  och  $X_q = \omega_e L_q$  för längs- resp. tvär-axelsynkronreaktansen. Observera att induktanserna inte beror på vinkeln.

## Transformation av spänningsekvationerna

Antag fix rotationshastighet  $\theta_{me} = \omega_{me}t$  samt strömriktning positiv för motordrift.

På matrisform blir spänningsekvationerna i abc-koordinater:

$$v_{abc} = R_a i_{abc} + \frac{d\lambda_{abc}}{dt}$$

Följande transformationer

$$v_{dq0} = T v_{abc} \quad i_{abc} = T^{-1} i_{dq0} \quad \lambda_{abc} = T^{-1} \lambda_{dq0}$$

ger

$$\begin{aligned} v_{dq0} = T v_{abc} &= R_a T T^{-1} i_{dq0} + T \left( T^{-1} \frac{d\lambda_{dq0}}{dt} + \frac{dT^{-1}}{dt} \lambda_{dq0} \right) = \\ &= R_a i_{dq0} + \frac{d\lambda_{dq0}}{dt} + T \frac{dT^{-1}}{d\theta_{me}} \underbrace{\frac{d\theta_{me}}{dt}}_{=\omega_{me}} \lambda_{dq0} \end{aligned}$$

# Transformation av spänningsekvationerna

Resultatet blir:

$$v_d = R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_{me} \lambda_q$$

$$v_q = R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_{me} \lambda_d$$

$$v_0 = R_a i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt}$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt}$$

$-\omega_{me} \lambda_q$  och  $\omega_{me} \lambda_d$  är inducerad spänning skapad av rotation.

# Momentaneffekt och moment i dq0-variabler

Effektsambandet

$$p_s = v_{abc}^T i_{abc}$$

ger effekten i dq0-koordinater som

$$\begin{aligned} p_s &= (T^{-1}v_{dq0})^T (T^{-1}i_{dq0}) = v_{dq0}^T T^{-T} T^{-1}i_{dq0} = \\ &= \left/ T^{-1} \right. = T^T \begin{bmatrix} 3/2 \\ 3/2 \\ 3 \end{bmatrix} \left/ \right. = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q + 2v_0 i_0) \end{aligned}$$

Moment som vill accelerera rotorn härleds enligt

$$\begin{aligned} T_{\text{mech}} &= \frac{p_s}{\omega_m} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) \frac{-\omega_{me} \lambda_q i_d + \omega_{me} \lambda_d i_q}{\omega_{me}} = \\ &= \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (-\lambda_q i_d + \lambda_d i_q) \end{aligned}$$

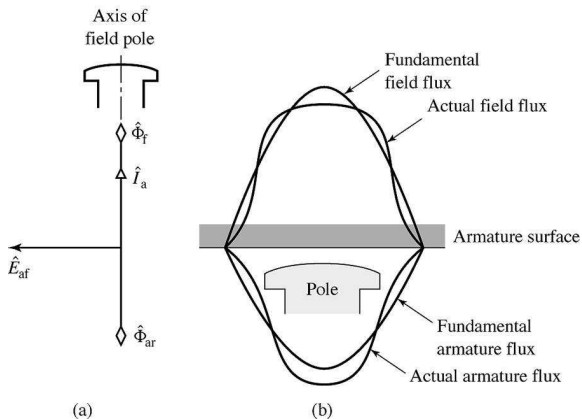
\_\_\_\_\_ Analys av maskiner med utpräglade \_\_\_\_\_  
poler

# Analys av maskiner med utpräglade poler

- ▶ Flöde och mmk-vågor
- ▶ Visardiagram
- ▶ Beräkning av inducerad spänning
- ▶ Effektivvinkelkaraktäristik

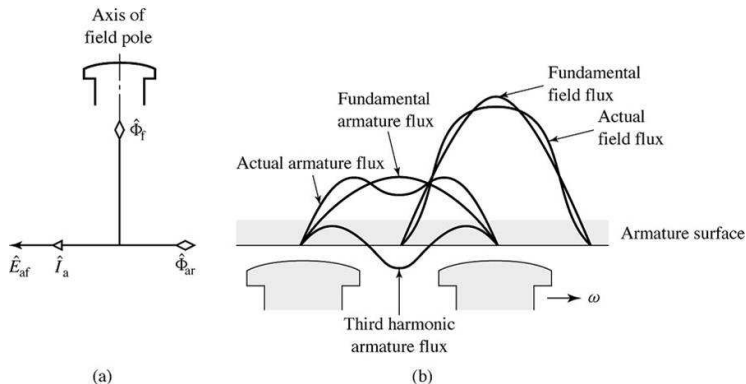
## Flöde och mmk-våg i d-axelns riktning

- ▶ Fältlindningens magnetiska flöde  $\hat{\Phi}_f$  är riktat i rotorns längsriktning, dvs i längsaxeln eller d-axelns riktning.
- ▶ Eftersom den inducerad spänning  $\hat{E}_{af} \sim \frac{d\hat{\Phi}_f}{dt}$  så ligger den  $90^\circ$  före  $\hat{\Phi}_f$ , dvs i tvärsaxelns eller q-axelns riktning.
- ▶ För generatorfallet är  $\hat{I}_a$  och  $\hat{\Phi}_{ar}$  motriktade.



## Flöde och mmk-våg i q-axelns riktning

- ▶ När  $\hat{I}_a$  är i fas med  $\hat{E}_{af}$  ligger  $\hat{\Phi}_{ar}$  i q-axelns riktning.
- ▶ Reluktansen är mycket större i q-axelns riktning eftersom luftgapet är större.
- ▶ Vi betraktar endast grundtoner.

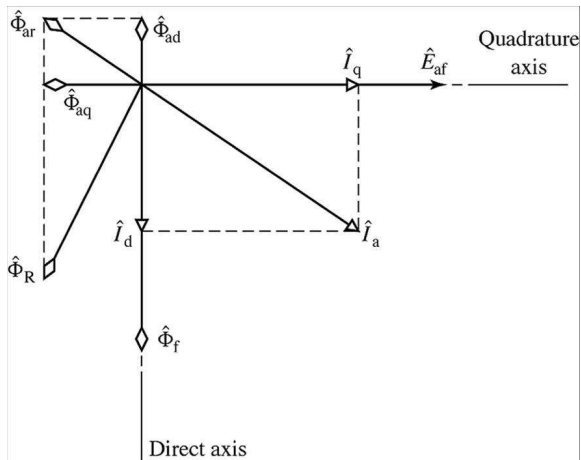




## Visardiagram för en generator med utpräglade poler

Visardiagram för en generator med eftersläpande ström. Här antas generatoren vara omättad och då gäller att

$$\hat{\Phi}_{ar} = \hat{\Phi}_{ad} + \hat{\Phi}_{aq} \quad \hat{\Phi}_R = \hat{\Phi}_{ar} + \hat{\Phi}_f$$



## Synkronreaktansens uppdelning i dq-komponenter

Enligt tidigare har synkronreaktansen  $X_s$  delats upp i  $X_d$  i d-axelns riktning och  $X_q$  i q-axelns riktning, dvs synkronreaktansens spänningsfall är

$$j\hat{I}_d X_d + j\hat{I}_q X_q$$

där  $X_q$  typiskt är i intervallet  $0.6X_d \leq X_q \leq 0.7X_d$ .

För fallet med cylindrisk rotor är  $X_d = X_q = X_s$ .

Pss som för  $X_s$  kan  $X_d$  och  $X_q$  anges både för mättade och omättade förhållanden.

## Den inducerade spänningen

Den inducerade spänningen för generatorfallet beräknas enligt

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a + R_a \hat{I}_a + j \hat{I}_d X_d + j \hat{I}_q X_q$$

där  $R_a$ ,  $X_d$ ,  $X_q$ ,  $I_a$ ,  $V_a$  samt effektfaktorvinkeln

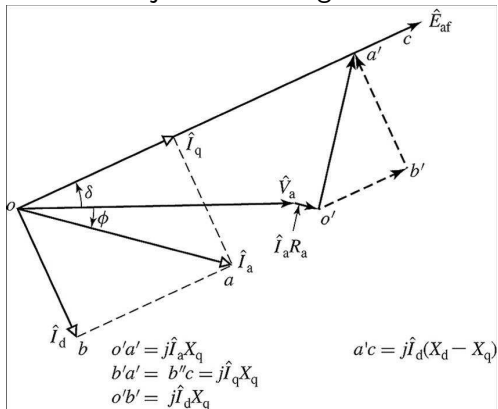
$$\phi = \text{vinkel}(\hat{I}_a) - \text{vinkel}(\hat{V}_a)$$

antas kända.

För att göra uppdelningen av  $\hat{I}_a$  behövs riktningen på tvärxeln, dvs riktningen på  $\hat{E}_{af}$ .

## Riktningen på $\hat{E}_{af}$

Betrakta följande visardiagram:



Vi ska visa att  $\hat{E}_{af}$  och

$$\hat{V}_a + R_a \hat{I}_a + jX_a \hat{I}_a$$

har samma fasvinkel.

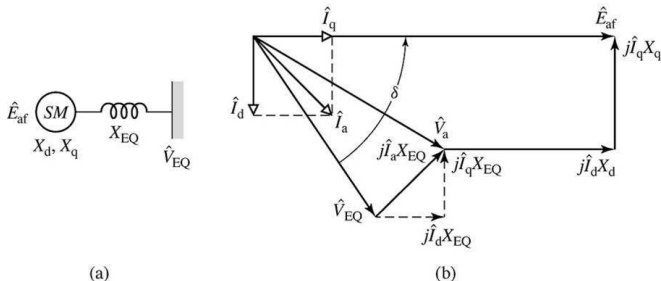
Konstruera  $o'a'$  som den vektor som är vinkelrät mot  $\hat{I}_a R_a$  och som når fram till skärningspunkten med  $\hat{E}_{af}$ . Vidare, dela upp  $o'a'$  i dess dq-komponenter  $b'a'$  och  $o'b'$ .

Triangelarna  $o'a'b'$  och  $oab$  är likformiga vilket ger

$$|o'a'| = \frac{|b'a'|}{|ba'|} |oa| = \frac{|j\hat{I}_q X_q|}{|\hat{I}_q|} |\hat{I}_a| = X_q |\hat{I}_a| \Rightarrow o'a' = jX_q \hat{I}_a$$

# Effektvinkelkaraktäristik

Betrakta en maskin inkopplad till ett oändligt starkt nät enligt



där resistanser är försummade.

Effekten av extern impedans inkluderas enligt

$$X_{dT} = X_d + X_{EQ}$$

$$X_{qT} = X_q + X_{EQ}$$

Levererad effekt är

$$P = I_d V_d + I_q V_q = I_d V_{EQ} \sin \delta + I_q V_{EQ} \cos \delta$$

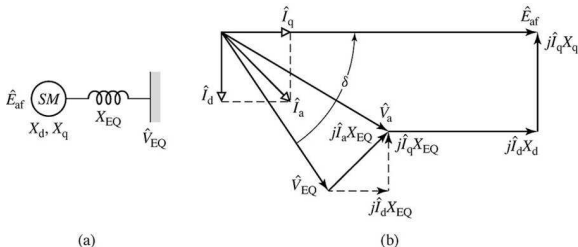
## Effektvinkelkaraktäristik

Strömmarna i  $P = I_d V_{EQ} \sin \delta + I_q V_{EQ} \cos \delta$  kan enligt figuren uttryckas som

$$I_d = \frac{E_{af} - V_{EQ} \cos \delta}{X_{dT}} \quad I_q = \frac{V_{EQ} \sin \delta}{X_{qT}}$$

Substitution i effektuttrycket ger

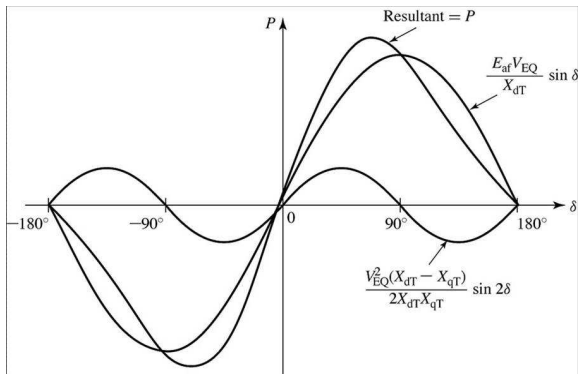
$$\begin{aligned} P &= \frac{E_{af} - V_{EQ} \cos \delta}{X_{dT}} V_{EQ} \sin \delta + \frac{V_{EQ} \sin \delta}{X_{qT}} V_{EQ} \cos \delta = \\ &= \frac{E_{af} V_{EQ}}{X_{dT}} \sin \delta + V_{EQ}^2 \frac{X_{dT} - X_{qT}}{2X_{dT} X_{qT}} \underbrace{2 \sin \delta \cos \delta}_{=\sin 2\delta} \end{aligned}$$



## Effektvinkelkaraktäristik

Effekten kan uttryckas mha av spänningar, reaktanser och effektvinkel enligt

$$P = \frac{E_{af} V_{EQ}}{X_{dT}} \sin \delta + V_{EQ}^2 \frac{X_{dT} - X_{qT}}{2X_{dT} X_{qT}} \sin 2\delta$$



Reluktansmomentet gör maskinen styvare. Maxmoment något större och antas för en effektvinkel  $\delta$  mindre än  $90^\circ$ .

## Permanentmagnetiserad (PM) synkronmaskin

PM synkronmaskiner kallas ofta för borstlösa motorer eller borstlösa likströmsmotorer, eftersom de har liknande hastighet-momentkaraktäristik som dc-maskiner. De kan ses som en utochinvänd likströmsmaskin.

- ▶ Kan analyseras som en elektriskt exciterad motor med fix fältström.
- ▶ Stegmotor, där lindningarna exciteras med stegformade strömmar och rotorn rör sig mellan olika jämviktsslägen.



## — Styrning av synkronmaskinen —

## Naiv princip för hastighetsreglering

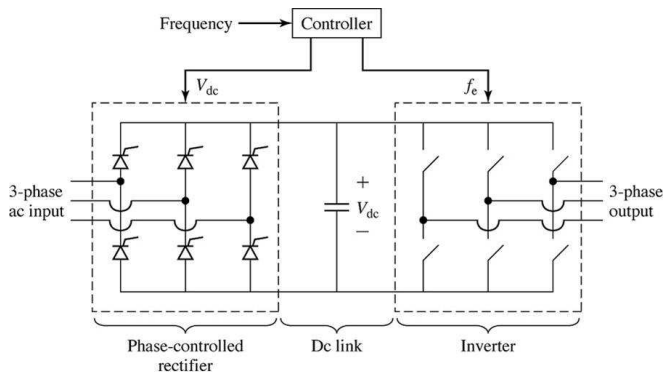
Hastighetsstyrning i sin enklaste form ges av

$$\omega_s = \frac{2}{p}\omega_e$$

där  $\omega_s$  är rotorns vinkelhastighet och  $\omega_e$  den elektriska vinkelhastigheten.

Hastighetsstyrning kan alltså åstadkommas mha styrning av den pålagda spänningens frekvens.

# Kraftelektronik för varvtalsstyrning



För att skapa en styrbar frekvens och amplitud på spänningen används typiskt en fastyrd likriktare med spänningstyvt mellanled följt av en växelriktare som antingen genererar en stegformad växelspanning eller en pulsbreddsmodulerad vågform med variabel frekvens.

## Amplituden måste styras när frekvensen ändras

Amplituden måste justeras när frekvensen ändras enligt följande:

Om vi försummar resistansen  $R_a$  och applicerar spänningen  $V_a$  med frekvensen  $f_e$  så gäller

$$V_a = kB_{\text{peak}}f_e \qquad V_{\text{rated}} = kB_{\text{rated}}f_{\text{rated}}$$

där  $B_{\text{peak}}$  är det resulterande maximala flödestätheten.

Om  $V_a = V_{\text{rated}}$  så blir

$$B_{\text{peak}} = \frac{V_{\text{rated}}}{kf_e} = \frac{f_{\text{rated}}}{f_e} B_{\text{rated}}$$

dvs flödestätheten ökar då frekvensen sänks vilket kan skada maskinen.

## Principer för hastighetsstyrning

För frekvenser under märkfrekvens styrs oftast maskinen med konstant maxflöde, dvs  $B_{\text{peak}} = B_{\text{rated}}$ .

Detta tillsammans med

$$V_a = kB_{\text{peak}}f_e \qquad V_{\text{rated}} = kB_{\text{rated}}f_{\text{rated}}$$

ger att

$$V_a = kB_{\text{rated}}f_e = \frac{f_e}{f_{\text{rated}}} V_{\text{rated}}$$

Denna princip används ner till frekvenser där  $R_a$  får signifikant betydelse.

För frekvenser större än märkfrekvens fixeras spänningen  $V_a = V_{\text{rated}}$  så att inte märkspänningen överskrids.

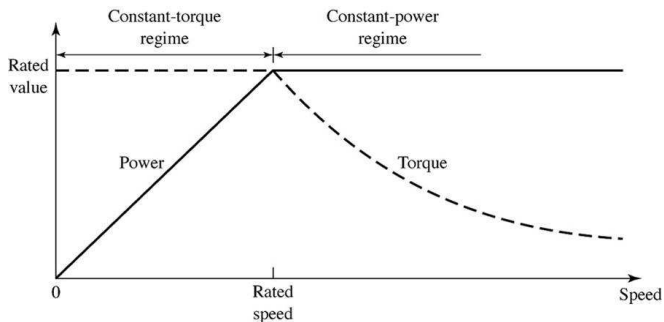
# Styrningsmoder

Maxeffekten för frekvenser under märkfrekvens är

$$P_{\max}(f_e) = V_a I_{\text{rated}} = \omega V_a = \frac{f_e}{f_{\text{rated}}} V_{\text{rated}} \omega_{\text{rated}} = \frac{f_e}{f_{\text{rated}}} P_{\text{rated}}$$

För frekvenser över märkfrekvens gäller

$$P_{\max}(f_e) = V_{\text{rated}} I_{\text{rated}} = P_{\text{rated}}$$



## Naiv varvtalsstyrning

Hastighetsstyrning via frekvensreglering fungerar inte om frekvensen ska förändras nämnvärt eftersom vid ändring av frekvensen förloras synkroniseringen.

Om man kör på med den diskuterade metoden är start ett stort problem som ibland löses med en kortsluten lindning för att få en induktiv effekt. Om lasten är liten kommer rotorn att synkroniseras när fältlindningen gradvis exciteras.

Vid mer dynamisk drift måste mer avancerad styrning användas som syftar till att direkt styra förhållandet mellan stator- och rotorflödet vilket leder till momentreglering. Detta ska vi studera härnäst.

# Momentreglering

Momentreglering av synkronmaskiner kallas ofta för vektorstyrning.  
I denna metod används dq0-transformerade storheter.



## Modellantaganden

$$\lambda_d = L_d i_d + L_{af} i_f$$

$$\lambda_q = L_q i_q$$

$$\lambda_0 = L_0 i_0$$

$$\lambda_f = \frac{3}{2} L_{af} i_d + L_{ff} i_f$$

- ▶ Balanserad 3-fas vilket leder till att alla nollföljdsstorheter är 0 och motsvarande ekvationer kan ignoreras.

$$v_d = R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_e \lambda_q$$

$$v_q = R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_e \lambda_d$$

$$v_0 = R_a i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt}$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt}$$

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$

# Modellantaganden

$$\lambda_d = L_d i_d + L_{af} i_f$$

$$\lambda_q = L_q i_q$$

$$\lambda_f = \frac{3}{2} L_{af} i_d + L_{ff} i_f$$

$$v_d = R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_e \lambda_q$$

$$v_q = R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_e \lambda_d$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt}$$

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$

- ▶ Balanserad 3-fas vilket leder till att alla nollföljdsstorheter är 0 och motsvarande ekvationer kan ignoreras.
- ▶ Stationär drift under elektrisk rotationshastighet  $\omega_e$ , ger konstanta strömmar  $i_d = i_D$ ,  $i_q = i_Q$  och  $i_f = i_F$ ,

# Modellantaganden

$$\lambda_d = L_d i_D + L_{af} i_F$$

$$\lambda_q = L_q i_Q$$

$$\lambda_f = \frac{3}{2} L_{af} i_D + L_{ff} i_F$$

$$v_d = R_a i_D + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_e \lambda_q$$

$$v_q = R_a i_Q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_e \lambda_d$$

$$v_f = R_f i_F + \frac{d\lambda_f}{dt}$$

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\lambda_d i_Q - \lambda_q i_D)$$

- ▶ Balanserad 3-fas vilket leder till att alla nollföljdsstorheter är 0 och motsvarande ekvationer kan ignoreras.
- ▶ Stationär drift under elektrisk rotationshastighet  $\omega_e$ , ger konstanta strömmar  $i_d = i_D$ ,  $i_q = i_Q$  och  $i_f = i_F$ , samt konstanta sammanlänkade flöden  $\lambda_d = \lambda_D$ ,  $\lambda_q = \lambda_Q$  och  $\lambda_f = \lambda_F$ .

# Modellantaganden

$$\lambda_D = L_d i_D + L_{af} i_F$$

$$\lambda_Q = L_q i_Q$$

$$\lambda_F = \frac{3}{2} L_{af} i_D + L_{ff} i_F$$

$$v_d = R_a i_D \quad - \omega_e \lambda_q$$

$$v_q = R_a i_Q \quad + \omega_e \lambda_d$$

$$v_f = R_f i_F$$

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\lambda_D i_Q - \lambda_Q i_D)$$

- ▶ Balanserad 3-fas vilket leder till att alla nollföljdsstorheter är 0 och motsvarande ekvationer kan ignoreras.
- ▶ Stationär drift under elektrisk rotationshastighet  $\omega_e$ , ger konstanta strömmar  $i_d = i_D$ ,  $i_q = i_Q$  och  $i_f = i_F$ , samt konstanta sammanlänkade flöden  $\lambda_d = \lambda_D$ ,  $\lambda_q = \lambda_Q$  och  $\lambda_f = \lambda_F$ .
- ▶ Ankarresistansen  $R_a$  försummas.

# Modellantaganden

$$\lambda_D = L_d i_D + L_{af} i_F$$

$$\lambda_Q = L_q i_Q$$

$$\lambda_F = \frac{3}{2} L_{af} i_D + L_{ff} i_F$$

$$v_d = -\omega_e \lambda_q$$

$$v_q = +\omega_e \lambda_d$$

$$v_f = R_f i_F$$

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\lambda_D i_Q - \lambda_Q i_D)$$

- ▶ Balanserad 3-fas vilket leder till att alla nollföljdsstorheter är 0 och motsvarande ekvationer kan ignoreras.
- ▶ Stationär drift under elektrisk rotationshastighet  $\omega_e$ , ger konstanta strömmar  $i_d = i_D$ ,  $i_q = i_Q$  och  $i_f = i_F$ , samt konstanta sammanlänkade flöden  $\lambda_d = \lambda_D$ ,  $\lambda_q = \lambda_Q$  och  $\lambda_f = \lambda_F$ .
- ▶ Ankarresistansen  $R_a$  försummas.
- ▶ Cylindrisk rotor, dvs  $L_d = L_q = L_s$ .

# Modellantaganden

$$\lambda_D = L_s i_D + L_{af} i_F$$

$$\lambda_Q = L_s i_Q$$

$$\lambda_F = \frac{3}{2} L_{af} i_D + L_{ff} i_F$$

$$v_d = -\omega_e \lambda_q$$

$$v_q = +\omega_e \lambda_d$$

$$v_f = R_f i_F$$

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\lambda_D i_Q - \lambda_Q i_D)$$

- ▶ Balanserad 3-fas vilket leder till att alla nollföljdsstorheter är 0 och motsvarande ekvationer kan ignoreras.
- ▶ Stationär drift under elektrisk rotationshastighet  $\omega_e$ , ger konstanta strömmar  $i_d = i_D$ ,  $i_q = i_Q$  och  $i_f = i_F$ , samt konstanta sammanlänkade flöden  $\lambda_d = \lambda_D$ ,  $\lambda_q = \lambda_Q$  och  $\lambda_f = \lambda_F$ .
- ▶ Ankarresistansen  $R_a$  försummas.
- ▶ Cylindrisk rotor, dvs  $L_d = L_q = L_s$ .

## Ekvationerna sammantaget

$$\lambda_D = L_s i_D + L_{af} i_F$$

$$\lambda_Q = L_s i_Q$$

$$\lambda_F = \frac{3}{2} L_{af} i_D + L_{ff} i_F$$

$$v_d = -\omega_e \lambda_q$$

$$v_q = \omega_e \lambda_d$$

$$v_f = R_f i_F$$

Momentet kan förenklas till

$$\begin{aligned} T_{\text{mech}} &= \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\lambda_D i_Q - \lambda_Q i_D) = \\ &= \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) ((L_s i_D + L_{af} i_F) i_Q - L_s i_Q i_D) = \\ &= \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) L_{af} i_F i_Q \end{aligned}$$

## Momentet

Momentetformeln

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) L_{af} i_F i_Q$$

säger att momentet är proportionellt mot fältströmmen  $i_F$  och ankarströmmens ortogonala komponent  $i_Q$ .

Formelen kan jämföras med den för likströmsmaskinen

$$T_{\text{mech}} = K_f I_f I_a$$

där kommuteringen alltid ser till att  $\hat{l}_a$  är ortogonal mot  $\hat{l}_f$ .

Om  $L_{af} i_F$  från

$$E_{af} = \frac{\omega_e L_{af} i_F}{\sqrt{2}} \quad (\text{dc-maskin: } E_a = K_f I_f \omega_m)$$

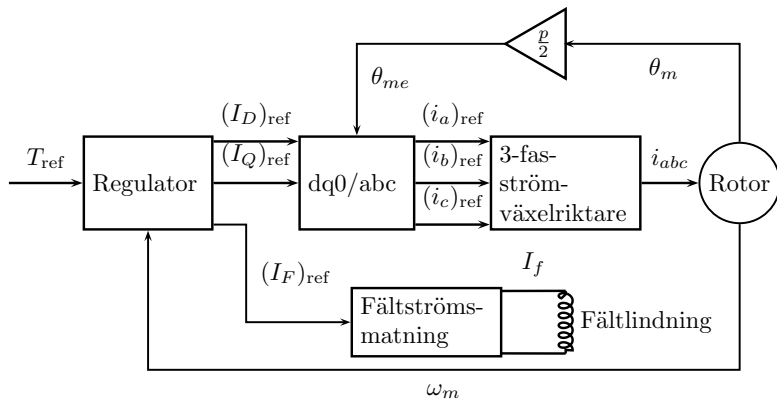
substitueras in i momentekvationen fås

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{\sqrt{2}} \right) \frac{E_{af} i_Q}{\omega_e} \quad (\text{dc-maskin: } T_{\text{mech}} = \frac{E_a I_a}{\omega_m})$$

vilket ytterligare stärker analogin till likströmsmaskinsfallet.



# Vektorstyrning



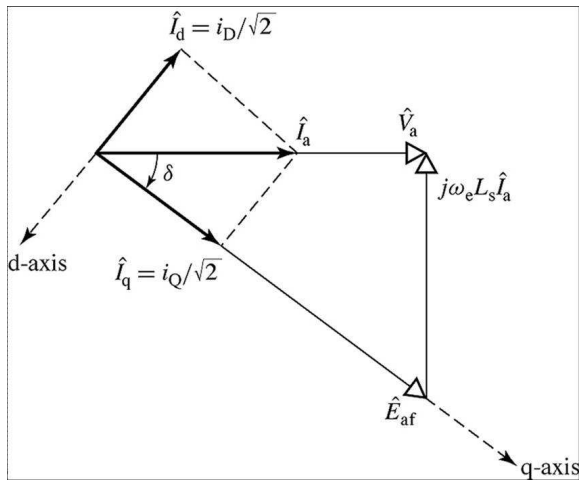
# Vektorstyrning - villkor

I vektorstyrning regleras tre oberoende variabler  $i_F$ ,  $i_Q$  och  $i_D$ .

Tre typiska villkor är

- ▶ Följa ett referensmoment  $T_{\text{ref}}$ .
- ▶ Köra motorn med märkflöde i rotorn.
- ▶ Effektfaktor 1.

## Visardiagram som visar situationen



## Vektorstyrning - algoritm

Steg 1. Givet  $\omega_m$  beräkna ankarspänningen som motsvarar märkflöde

$$V_a = V_{a,\text{rated}} \frac{\omega_m}{\omega_{m,\text{rated}}}$$

Steg 2. Givet  $T_{\text{ref}}$  beräkna ankarströmmen

$$I_a = \frac{P_{\text{ref}}}{3V_a} = \frac{T_{\text{ref}}\omega_m}{3V_a}$$

Steg 3. Beräkna effektvinkeln  $\delta$  enligt

$$\delta = -\arctan\left(\frac{\omega_e L_s I_a}{V_a}\right)$$

där  $\omega_e = (p/2)\omega_m$ .

Steg 4. Beräkna

$$(i_D)_{\text{ref}} = \sqrt{2}I_a \sin \delta \quad (i_Q)_{\text{ref}} = \sqrt{2}I_a \cos \delta$$

Steg 5.

$$(i_F)_{\text{ref}} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{p}\right) \frac{T_{\text{ref}}}{L_{af}(i_Q)_{\text{ref}}}$$

## Styrning av PM motorer

Den PM synkronmaskinen har bara två oberoende styrvariabler eftersom fältexciteringen sker med permanentmagneter.

Anta en motor där den inducerade spänningen utan last vid märkvarvtal  $(\omega_e)_{\text{rated}}$  är  $(E_{af})_{\text{rated}}$  då ges magnetisering av

$$\Lambda_{PM} = \frac{\sqrt{2}(E_{af})_{\text{rated}}}{(\omega_e)_{\text{rated}}}$$

där  $\Lambda_{PM}$  är en  $L_{af} I_F$  ekvivalent. Två formler berörs av denna faktor, det sammanlänkade flödet för d-axeln

$$\lambda_D = L_s i_D + L_{af} i_F = L_s i_D + \Lambda_{PM}$$

samt momentet

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) L_{af} i_F i_Q = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) \Lambda_{PM} i_Q$$

## Bestämning av strömmens tvärxelkomponent

Strömmens tvärxelkomponent bestämmer momentet

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) \Lambda_{PM} i_Q$$

varför följning av ett referensmoment  $T_{\text{ref}}$  ger

$$(i_Q)_{\text{ref}} = \frac{2}{3} \left( \frac{2}{p} \right) \frac{T_{\text{ref}}}{\Lambda_{PM}}$$

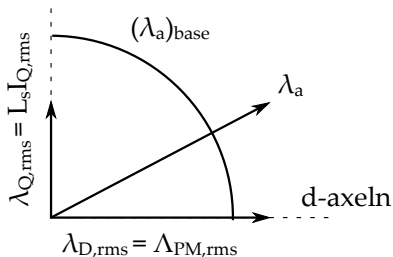
Därefter återstår att bestämma strömmens längsaxelkomponent  $i_D$ .

# Bestämning av strömmens längsaxelkomponent

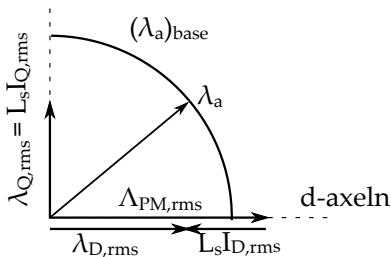
Strömmens längsaxelkomponent väljs ofta som

$$(i_D)_{\text{ref}} = \arg_{i_D} \min_{\lambda_a(i_D) \leq (\lambda_a)_{\text{base}}} |i_D|$$

q-axeln



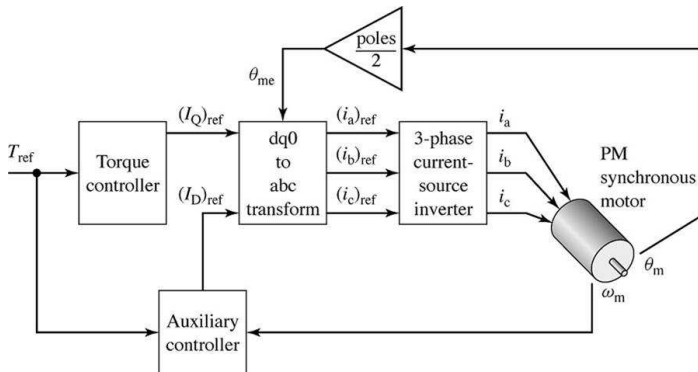
q-axeln



Genom att minimera  $|i_D|$  minimeras strömmen  $I_a = \sqrt{(i_D^2 + i_Q^2)}/2$  och därmed också kopparförlusterna.

Bivillkoret att begränsa det sammanlänkade flödet ger att motorn inte mätts mer än vad den är designad för. Att välja  $i_D \neq 0$  för att minska flödet kallas för fältförsvagning.

# Blockdiagram för vektorstyrd PM motor





# Sammanfattning

- ▶ dq0-transformationen
  - ▶ Överför statorkoordinater till rotorkoordinater.
  - ▶ Storheter som t ex strömmar, induktanser blir konstanter i dq0-koordinater.
  - ▶ Grundläggande för analys av rotorerna med utpräglade poler.
  - ▶ Grundläggande för vektorstyrning.
- ▶ Analys av rotorerna med utpräglade poler
  - ▶ Reluktans och ström delas upp i en komponent för längsaxeln och en för tvärsaxeln.
  - ▶ Moment/effekt ökar genom en reluktansterm.
  - ▶ Maskinen blir styvare, högre moment för samma effektvinkel.
- ▶ Styrning av synkronmaskiner
  - ▶ Varvtalsstyrning genom att reglera spänningens frekvensen oanvändbart.
  - ▶ Vektorstyrning krävs för varvtals/momentstyrning.
  - ▶ Typiska reglermål är att följa referensmoment, hålla märkflödet samt effektfaktor 1.
  - ▶ Styrvariabler är strömmens längs/tvärsaxelkomponent samt fältströmmen.