Fö 1 - TMEI01 Elkraftteknik
Trefassystemet

Christofer Sundström

20 januari 2019

Outline

Introduktion till Kursen

- Kursledning
  - Christofer Sundström, examinator och föreläsare (christofer.sundstrom@liu.se, 013-281315)
  - Kristoffer Ekberg, lektionsassistent (kristoffer.ekberg@liu.se, 013-284630)
  - Pavel Anistratov, lektionsassistent (pavel.anistratov@liu.se, 013-282093)
- Kurshemsida
  `http://www.fs.isy.liu.se/Edu/Courses/TMEI01`
  - Kursplanering, föreläsningar och lektioner
  - Formelblad (kan komma att uppdateras)
  - Gamla tentor
  - Labbar för nedladdning
  - Fortlöpande information
- Kursmaterial
  - **Bok**: Elkraftteknik av Franzén och Lundgren
  - **Labbar**: PM laddas ner från hemsidan och skrivs ut (helst i A4 format)

Introduktion forts.

- Laborationer
  - 3 st laborationer
  - Laborationerna hålls i Tyristorn i B-Huset (Korridor C, ingång 25/27)
  - Teckningslistor medtages på Fö2, sedan på tavla i korridor C vid ingång 27.
  - Elsäkerhet under labbarna.
    - Nya säkerhetssladdar för året.
    - Läs igenom säkerhetsföreskrifter inför första laborationen.
- Svårigheter i kursen
  - Beteckningar **!!!**
  - Knöliga uttryck
  - Tumregler, olika approach beroende på situation
  - Tillämpar ellära, mekanik, matematik, (elektromagnetism)
  - ... men övning ger färdighet.

    $\Longrightarrow$ **Tips: Öva på lektionsuppgifterna.**
- Dela gärna upp er jämnt mellan lektionsgrupperna.

Studiebesök ABB Machine

Fredagen 22/2 erbjuds ett studiebesök på ABB Machines i Västerås. De utvecklar och producerar synkronmaskiner i storlekar 3-80MVA.

Programmet för studiebesöket i grova drag:

- Mekaniskt perspektiv på elmaskinen.
- Elektriskt perspektiv på elmaskinen.
- Två exempel på tillämpningar av maskinerna.
- verkstadsbesök där vi får se hur produktionen går till.
- HR kommer prata om vilka möjligheter som finns för nyexaminerade studenter på ABB

Tid för besöket ca 10.00-16.00. Avresa från Linköping med buss eller bil blir omkring 7.30 och hemkomst ca 18.30.

Senaste dag för anmälan är tisdag 12/2. Antalet platser är begränsat så först till kvarn gäller. Anmälan genom att skicka ett e-post till christofer.sundstrom@liu.se.

Repetition växelströmslära: Introduktion till växelström

Tidsbaserat: Sinusformad spänning, olika skrivsätt

$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Effektivvärde: Det **kvadratiska medelvärdet** av en elektrisk storhet kallas effektivvärde

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t) \cdot dt} = \cdots = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

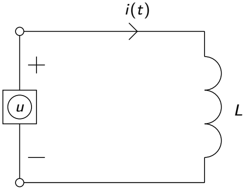
Jämför med effekt för likström i resistans $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$. Vi medelvärdesbildar alltså något som är proportionellt mot effekt och alltså enkelt kan användas i effektberäkningar.

Notationsregler lik- och växelspänningsstorheter

För växelspänning används både U_0 och $\hat{u}$ för att notera toppvärde. U däremot betyder effektivvärde av sinusformad storhet eller likströmstorhet.

Repetition växelströmslära: Exempel tidsbaserade räkningar

Sinusformad ström och spänning:



$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$
$$i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - \underbrace{\varphi}_{\text{Fasvinkel}})$$

Samband mellan storheterna:

$$u(t) = \Big/\text{Faradays lag}\Big/ = \frac{di(t)}{dt} \cdot L$$

$$U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 L \cdot \frac{d \sin(\omega \cdot t - \varphi)}{dt} = \omega L I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$$

Slutsats: (Att använda vid definition av $j\omega$-medoden)

1. $U_0 = \omega L I_0$, (jämför gärna med ohms lag $U = R \cdot I$)
2. $\sin(\omega \cdot t) = \cos(\omega \cdot t - \varphi) \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$ eller 90°

Strömmen kommer alltså 90° efter spänningen eftersom vi drar bort $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Repetition växelströmslära: Definition $j\omega$-metoden

Ersättningsregler:

$$u(t) = U_0 \sin(\omega \cdot t) \quad \rightarrow \quad \overbrace{\bar{U}}^{\text{Vektor}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 0} = U \cdot e^{j \cdot 0}$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega \cdot t - \varphi) \quad \rightarrow \quad \bar{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j \cdot \varphi} = I \cdot e^{-j \cdot \varphi}$$

Kom ihåg från komplex-matte:

- $j^2 = -1 \Rightarrow \frac{1}{j} = -j$
- $e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)$
- $\bar{Z} = a + j \cdot b = \sqrt{a^2 + b^2}\, e^{j \cdot \varphi} = \left|\bar{Z}\right| e^{j \cdot \varphi}$
- $\varphi = arctan\left(\frac{b}{a}\right)$ för positiva a (Annars $\pm 180^\circ$)
- U är effektivvärde
- $\bar{U}$ eller ibland $\mathbf{U}$ är en komplex vektor med längd U

Repetition växelströmslära: Definition $j\omega$-metoden

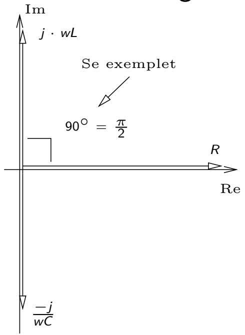
Ohms lag: $\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$ med $\bar{Z} = R + j \cdot X$

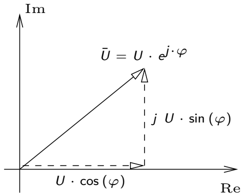
Resistans: $R \Rightarrow \bar{Z} = R$

Induktans: $L \Rightarrow \bar{Z} = j\omega L$

Kapacitans: $C \Rightarrow \bar{Z} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$

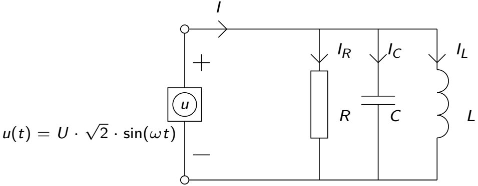
Illustration visardiagram





Repetition växelströmslära: Exempel

Ex: Beräkna dels grafisk, dels exakt $\bar{I}$ med $\bar{U}$ som referens:

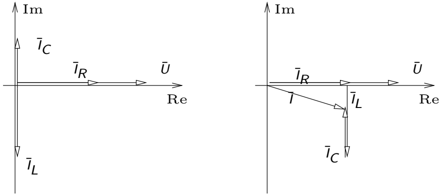


Exakt:

$$\bar{U} = U \cdot e^{j0}$$

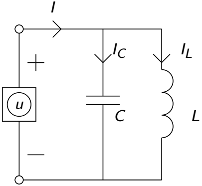
$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C + \bar{I}_L = \frac{\bar{U}}{R} + \frac{\bar{U}}{1/j\omega C} + \frac{\bar{U}}{j\omega L} = U\left(\frac{1}{R} + j\omega C - \frac{j}{\omega L}\right)$$

Grafiskt:



Repetition växelströmslära: Exempel - försmak av komplex effekt

Exempel på fall där $j\omega L$ och $\frac{1}{j\omega C}$ tar ut varandra.:



Antag att $\overline{I}_C = -\overline{I}_L$, dvs $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. Då blir $\overline{I} = 0$ och $\bar{Z}_{\text{Tot}} = \frac{1}{j\omega C - \frac{j}{\omega L}} = \infty$. Samtidigt går en ström $\overline{I}_C$ och $\overline{I}_L$ mellan kapacitansen och induktansen fram och tillbaka, fram och tillbaka, tills kretsen bryts.

Reaktiv effekt

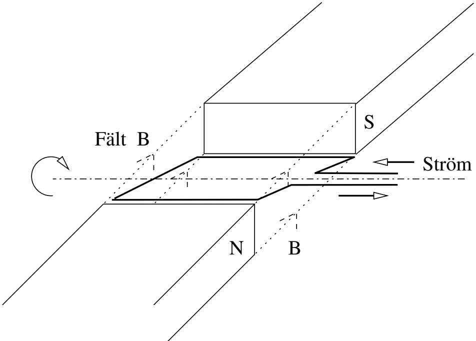
Vi säger att den Reaktiva effekten $Q_C = \frac{1}{\omega C} \cdot I_C^2 = -\omega L \cdot I_L^2 = -Q_L$ skapas i kapacitansen och förbrukas i induktansen.

3-fas växelström

3st växelspänningar med samma amplitud förskjutna 120° sinsemellan.

Fördelar:

- Spänningar och strömmar summerar till 0 vid symmetrisk belastning $\Rightarrow$ behöver ingen återledare.
- En trefas-generator som lastas symmetriskt, dvs med lika stora laster på alla faser, ger ett statiskt (dvs icke-pulserande) lastmoment.



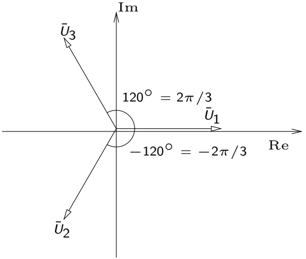
En slinga som roterar i ett magnetfält alstrar spänningen $e(t) = \hat{e}\sin(\omega t)$ V.

Tre slingor 120° förskjutna alstrar symmetrisk 3-fas växelspänning.

Fasspänning

Lika amplitud ger **symmetrisk** 3-fas med fasspänningar:

$$u_1 = \hat{u}_1 \sin(\omega t)$$
$$u_2 = \hat{u}_2 \sin(\omega t - 120^\circ)$$
$$u_3 = \hat{u}_3 \sin(\omega t - 240^\circ)$$



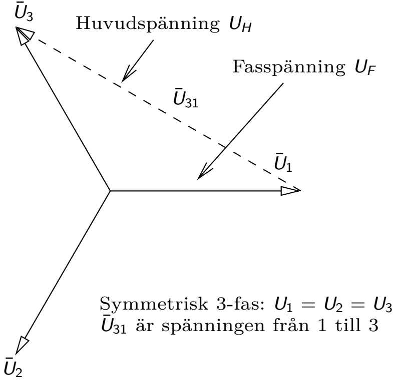
Komplex notation

$$\bar{U}_1 = U_1 \cdot e^{j0}$$
$$\bar{U}_2 = U_2 \cdot e^{-j120^\circ}$$
$$\bar{U}_3 = U_3 \cdot e^{-j240^\circ}$$

Tips: (När det är jobbigt att slå på räknaren)

- $e^{j120^\circ} = \cos(120^\circ) + j \cdot \sin(120^\circ) = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3-4-5 triangel: Om $\cos(\varphi) = 0.8$ så är $\sin(\varphi) = 0.6$ och tvärs om. ($\varphi = 36.9^\circ$)

Huvudspänning och fasspänning



Symmetrisk 3-fas: $U_1 = U_2 = U_3$
$\bar{U}_{31}$ är spänningen från 1 till 3

Huvud och fasspänning

$$U_H = \sqrt{3}U_F$$

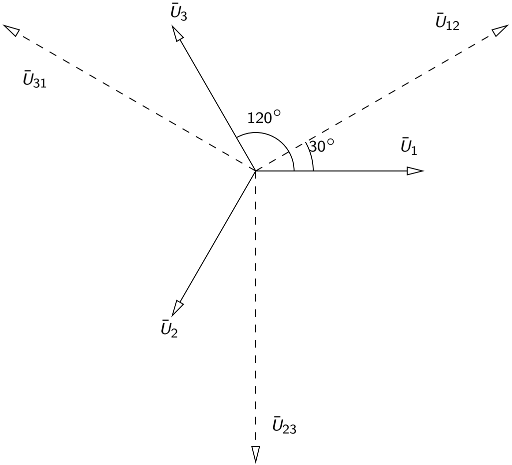
$$\bar{U}_{31} = \bar{U}_3 - \bar{U}_1 = U_F\left(e^{j120^\circ} - 1\right) = U_F\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) = U_F\left(-\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$$

$$= U_F\sqrt{3}\underbrace{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right)}_{\text{Längden 1}} = U_F\sqrt{3}\cdot e^{-j210^\circ}$$

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_1 - \bar{U}_2 = U_F\sqrt{3}e^{j30^\circ}$$

$$\bar{U}_{23} = \bar{U}_2 - \bar{U}_3 = U_F\sqrt{3}e^{-j90^\circ}$$

Huvudspänning och fasspänning

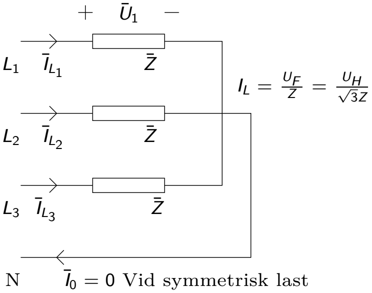


Beteckningar:

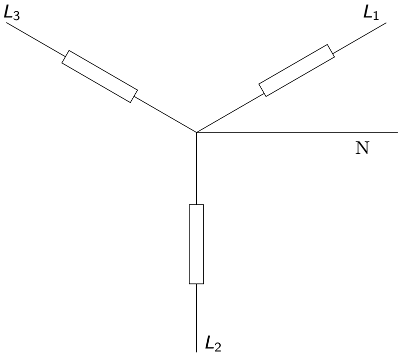
- 3-fas med nolledare betecknas $U_H / \ U_F$ Ex: 400/230
- Saknas nolledare kallas det 3xU_H Ex: 3x400
- Fasledarna kallas L_1, L_2, L_3 alt. R, S, T
- Nolledare betecknas N

Y- och D-koppling

Y-koppling: (Även stjärnkoppling)



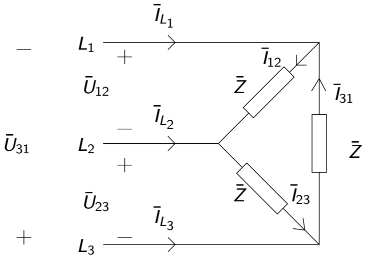
Alt. representation



Vid Y-koppling ligger spänningen U_F över respektive last.
Strömmen genom lasten betecknas **linjeström**.

Y- och D-koppling

D-koppling: (Även triangel/delta)



Notera

Spänningen över, och därmed strömmen genom, respektive last för en D-koppling är $\sqrt{3}$ ggr större än vid Y-koppling med samma komponenter. Därför utvecklas 3 ggr mer effekt (se t.ex. $P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$)

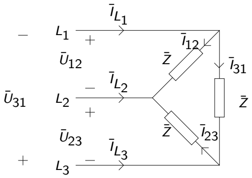
Vid D-koppling ligger spänningen $U_H = \sqrt{3}U_F$ över respektive last. Strömmen genom lasten betecknas **fasström**.

- $I_{12} = I_{31} = I_{23} = I_F = I_\Delta \leftarrow$ Fasström
- $I_L =$ Linjeström
- $I_L = \sqrt{3}I_F = \sqrt{3}I_\Delta \leftarrow$ Räknas ut direkt alternativt från effektsamband

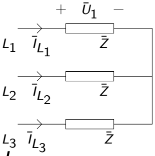
Y- och D-koppling: Härledning ekvivalens

Betrakta kretsschemat för Y- och D-kopplingarna

D-Koppling



Y-Koppling



För Y-kopplingen har vi med U_1 som referens

$$\bar{I}_{L_1,Y} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}} = \frac{U_F}{\bar{Z}}, \quad \bar{I}_{L_2,Y} = \ldots, \quad \bar{I}_{L_3,Y} = \ldots$$

Med $\bar{U}_1$ som referens får vi för D-kopplingen

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{\bar{Z}} = \sqrt{3}U_F \cdot e^{j30^\circ}\frac{1}{\bar{Z}}$$

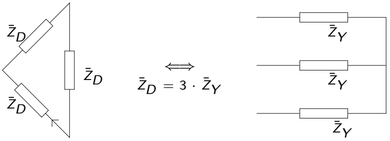
$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_3 - \bar{U}_1}{\bar{Z}} = \sqrt{3}U_F \cdot e^{-j210^\circ}\frac{1}{\bar{Z}}$$

$$\bar{I}_{L_1,\Delta} = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = \sqrt{3}U_F \cdot \underbrace{\left(e^{j30^\circ} - e^{-j210^\circ}\right)}_{\sqrt{3}}\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{3U_F}{\bar{Z}}$$

Slutsats: $I_{L_i,\Delta} = 3 \cdot I_{L_i,Y}$, dvs en D-kopplad last drar 3 ggr mer ström och effekt än en Y-kopplad. Strömmarna har samma fas.

Y- och D-koppling: Ekvivalens

Eftersom enda skillnaden mellan en Y-kopplad och D-kopplad last är att linjeströmmar vid D-koppling blir 3 ggr större än för Y-koppling så kan vi dra följande slutsats.

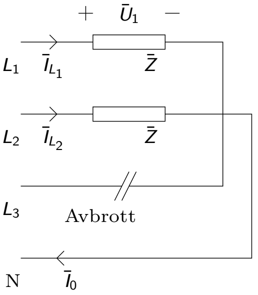


Ekvivalens mellan Y- och D-kopplingar

Vi kan alltid ersätta en Y-kopplad last med en D-kopplad ekvivalent last enligt formeln

$$\bar{Z}_D = 3 \cdot \bar{Z}_Y$$

Symmetrisk och osymmetrisk belastning



Vi osymmetrisk belastning blir nollströmmen $I_N \neq 0$

Vid symmetrisk belastning blir $I_N = 0$.

Beräkningsexempel

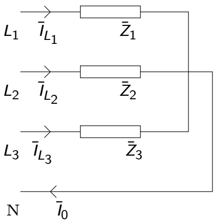
Till ett 380/220 V, 50Hz nät anslutes följande: Mellan fas och nolledaren en resistans på 44 Ω. Mellan fas 2 och nolledaren en spole med induktansen 0.0955 H och resistansen 40 Ω. Mellan fas 3 och nolledaren en resistans på 30 Ω och en kondensator med kapacitansen 79.6 μF.

Uppgifter:

a) Beräkna linjeströmmarna

b) Rita linjeströmmarna i ett visardiagram och beräkna nollströmmen grafiskt

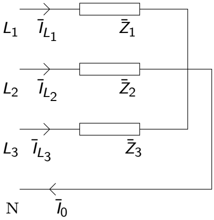
c) Beräkna nollströmmen analytiskt



Beräkningsexempel

Givet:

- $380/220 \rightarrow$ Trefas med nolledare
- $f = 50$ Hz
- $\bar{Z}_1 = 44$
- $\bar{Z}_2 = 40 + j \cdot \overbrace{2\pi \cdot 50 \cdot 0.0955}^{=30} = 50\,(0.8 + j \cdot 0.6)$
- $\bar{Z}_3 = 30 - j\frac{1}{\omega C} \approx 30 - j \cdot 40 = 50\,(0.6 - j \cdot 0.8)$



a) Beräkna linjeströmmarna

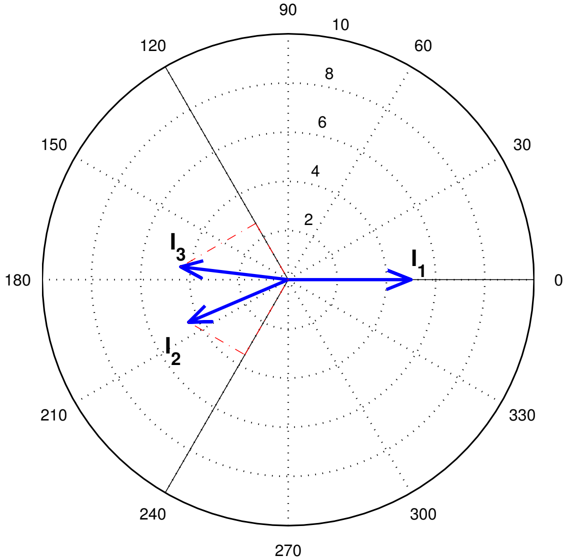
$$\bar{I}_{L,1} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1} = \frac{220 \cdot e^{j0}}{44} = 5 \text{ A}$$

$$\bar{I}_{L,2} = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2} = \frac{220 \cdot e^{-j120^\circ}}{50 \cdot e^{j \cdot arg(\bar{Z}_2)}} = 4.4 \cdot e^{-j120^\circ - j \cdot 36.9^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_{L,3} = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3} = \frac{220 \cdot e^{-j240^\circ}}{50 \cdot e^{j \cdot arg(\bar{Z}_3)}} = 4.4 \cdot e^{-j240^\circ + j \cdot 53.1^\circ} \text{ A}$$

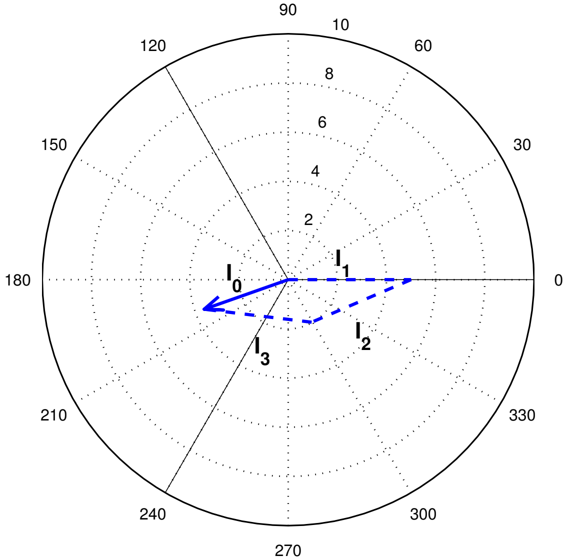
Beräkningsexempel

b) Rita linjeströmmarna i ett visardiagram



Beräkningsexempel

b) forts.. Beräkna nollströmmen grafiskt



Beräkningsexempel

c) Beräkna nollströmmen analytisk

$$\begin{aligned}
\bar{I}_0 &= \bar{I}_{L1} + \bar{I}_{L2} + \bar{I}_{L3} = I_{L1} \cdot e^{j0} + I_{L2} \cdot e^{-j156.9^\circ} + I_{L3} \cdot e^{-j186.9^\circ} = \\
&= 5 + 4.4 \cdot (\cos(-156.9^\circ) + j \cdot \sin(-156.9^\circ)) + \\
&\quad + 4.4 \cdot (\cos(-186.9^\circ) + j \cdot \sin(-186.9^\circ)) = \\
&= 5 - 4.05 - j \cdot 1.73 - 4.37 + j \cdot 0.53 = -3.4147 - j1.20 \Longrightarrow \\
I_0 &= |\bar{I}_0| = \sqrt{Re^2 + Im^2} \approx 3.6 \text{ A} \\
arg(\bar{I}_0) &= 180^\circ + arctan(\frac{-1.20}{-3.4147}) = 199.36^\circ
\end{aligned}$$

Jämför med den grafiska lösningen!