

# TSFS04, Elektriska drivsystem, 6 hp

## Föreläsning 7 - Synkronmaskinen

Andreas Thomasson

Institutionen för systemteknik  
Linköpings universitet  
`andreas.thomasson@isy.liu.se`

2018-02-07

# Dagens föreläsning

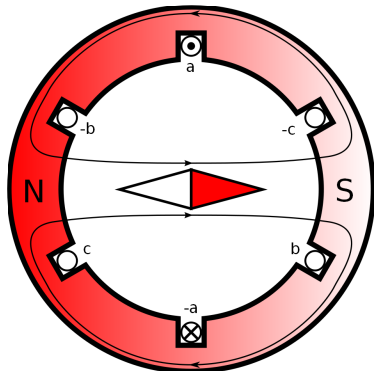
- ▶ Repetition av synkronmaskinen
- ▶ Modellering
- ▶ Parametrisering

— Repetition av synkronmaskinen —

# Synkronmotorn - repetition

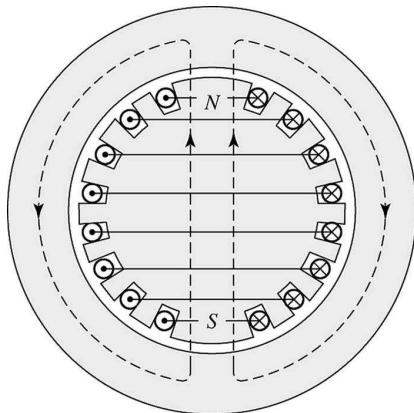
Karaktäriserande drag:

- ▶ Rotorn fix polaritet, pm eller likströmsspole.
- ▶ Statorn genererar roterande magnetfält.
- ▶ Trefasmaskinen i sitt enklaste utförande har 3 lindningar: a, b och c.
- ▶ Rotorn roterar synkront med flödet, därav namnet.



# Synkronmaskinen - konstruktionsprinciper

Tvåpolig cylindrisk rotor med utbredda lindningar:



Vi kommer att studera maskiner med cylindrisk rotor.

# Moment-lastvinkelkaraktäristik

Momentet ges av:

$$T = \frac{\pi}{2} \left( \frac{p}{2} \right)^2 \Phi_R F_f \sin \delta_{RF}$$

$\Phi_R$  = resulterande luftgapsflödet/pol

$F_f$  = mmk:n genererad av fältlindningen

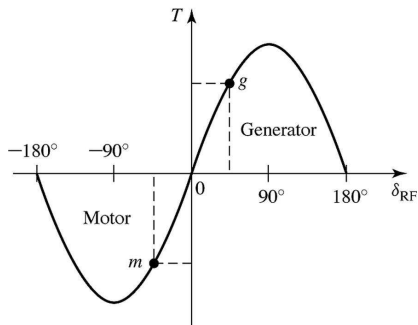
$\delta_{RF}$  = vinkeln mellan mmk-vågen  $F_f$  och magnetaxeln  $\Phi_R$ .

Momentet verkar för att likrikta fälten.

$\delta_{RF}$  kallas för lastvinkel.

När rotorn ej är synkroniserad, medelmoment = 0.

Går inte att starta genom att lägga på en växelström med fix frekvens.

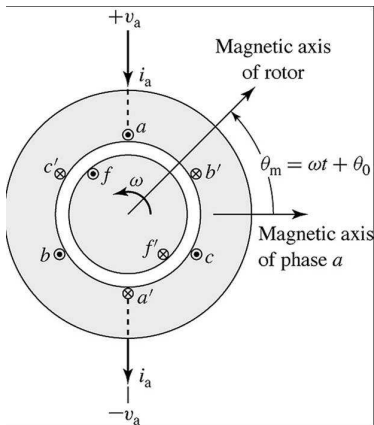


## — Modelling —

# Modellering

**Syfte:** Härleda en ekvivalent krets som modellerar ström-spänningskaraktäristik i stationär drift.

**Geometri:**



$aa'$ ,  $bb'$ ,  $cc'$  och  $ff'$  representerar utbredda lindningar.



## Sammanlänkade flödet

Det sammanlänkade flödet för maskinen kan uttryckas som en funktion av olika induktanser och strömmar enligt:

$$\lambda_a = \mathcal{L}_{aa}i_a + \mathcal{L}_{ab}i_b + \mathcal{L}_{ac}i_c + \mathcal{L}_{af}i_f$$

$$\lambda_b = \mathcal{L}_{ba}i_a + \mathcal{L}_{bb}i_b + \mathcal{L}_{bc}i_c + \mathcal{L}_{bf}i_f$$

$$\lambda_c = \mathcal{L}_{ca}i_a + \mathcal{L}_{cb}i_b + \mathcal{L}_{cc}i_c + \mathcal{L}_{cf}i_f$$

$$\lambda_f = \mathcal{L}_{fa}i_a + \mathcal{L}_{fb}i_b + \mathcal{L}_{fc}i_c + \mathcal{L}_{ff}i_f$$

Matrisen  $\mathcal{L}$  är symmetrisk.

Vi ska nu se hur de olika induktanserna kan parametreras för fallet med cylindrisk rotor.

Parametrarna kan sedan bestämmas antingen från mätdata eller från motorns dimensioner och material.

## Rotorlindningens självinduktans

Tack vare symmetri är rotorns självinduktans konstant, dvs

$$\mathcal{L}_{ff} = L_{ff} = L_{ff0} + L_{fl}$$

där  $L_{ff0}$  representerar induktansen som skapas av grundtonen av mmk-vågen i luftgapet och  $L_{fl}$  av fältlindningens läckflöde.

## Ömseinduktansen mellan rotorlindningen och statorlindningarna

Betrakta fas  $a$ . Ömseinduktansen varierar cykliskt som

$$\mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos \theta_{me}$$

Vid stationär drift är rotorns orientering

$$\theta_m = \omega t + \delta_0$$

vilket omräknat i elektrisk vinkel blir

$$\theta_{me} = \frac{p}{2} \theta_m = \omega_e t + \delta_{e0}$$

där  $\omega_e = (p/2)\omega$  och  $\delta_{e0} = (p/2)\delta_0$ .

Sammanfattningvis blir ömseinduktansen:

$$\mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos(\omega_e t + \delta_{e0})$$

Ömseinduktanserna  $\mathcal{L}_{bf}$  och  $\mathcal{L}_{cf}$  härleds analogt.

# Statorlindningarnas induktanser

Statorlindningarnas självinduktanser är konstanta och lika, dvs

$$\mathcal{L}_{aa} = \mathcal{L}_{bb} = \mathcal{L}_{cc} = L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$$

där  $L_{aa0}$  ges av luftgapsflödet och  $L_{al}$  av läckflödet.

Ömseinduktanserna mellan fasernas lindningar är tack vare symmetri konstanta och kan approximeras med

$$\mathcal{L}_{ab} = \mathcal{L}_{ac} = \mathcal{L}_{bc} = L_{aa0} \cos(2\pi/3) = -\frac{1}{2}L_{aa0}$$

## Sammanlänkade flödet för statorlindningarna

Det sammanlänkade flödet för fas  $a$  blir

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{1}{2}L_{aa0}i_b - \frac{1}{2}L_{aa0}i_c + \mathcal{L}_{af}i_f = \\ &= \underbrace{\left(\frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al}\right)}_{=:L_s}i_a - \frac{1}{2}L_{aa0}\underbrace{(i_a + i_b + i_c)}_{=0} + \mathcal{L}_{af}i_f = \\ &= L_s i_a + \mathcal{L}_{af} i_f\end{aligned}$$

där  $L_s$  är den effektiva självinduktansen för fas  $a$  under balanserad trefas och stationär drift.  $L_s$  kallas för synkroninduktansen.

Koefficienten 1.5 beskriver att den totala mmk-vågens amplitud blir 1.5 ggr den genererad enbart av  $a$ -fasen.

## Sammanlänkade flödet

Det sammanlänkade flödet för maskinen kan uttryckas som en funktion av olika induktanser och strömmar enligt:

$$\lambda_a = L_s i_a + \mathcal{L}_{af} i_f$$

$$\lambda_b = L_s i_b + \mathcal{L}_{bf} i_f$$

$$\lambda_c = L_s i_c + \mathcal{L}_{cf} i_f$$

$$\lambda_f = \mathcal{L}_{af} i_a + \mathcal{L}_{bf} i_b + \mathcal{L}_{cf} i_c + L_{ff} i_f$$

där

$$\mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos(\omega_e t + \delta_{e0})$$

$$\mathcal{L}_{bf} = L_{af} \cos(\omega_e t + \delta_{e0} - \frac{2\pi}{3})$$

$$\mathcal{L}_{cf} = L_{af} \cos(\omega_e t + \delta_{e0} + \frac{2\pi}{3})$$

dvs det finns bara tre modellparametrar:  $L_s$ ,  $L_{af}$  och  $L_{ff}$ .

# Ankarkretsen

Ankarspänningen i fas  $a$  är

$$\begin{aligned}v_a &= R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = / \lambda_a = L_s i_a + \mathcal{L}_{af} i_f, i_f = I_f \text{ är konstant} / = \\&= R_a i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + \frac{d}{dt} L_{af} I_f \cos(\omega_e t + \delta_{e0}) = \\&= R_a i_a + L_s \frac{di_a}{dt} \underbrace{-\omega_e L_{af} I_f \sin(\omega_e t + \delta_{e0})}_{=: e_{af}} = \\&= R_a i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{af}\end{aligned}$$

$e_{af}$ ,  $v_a$ ,  $i_a$  är sinusvågor med vinkelhastighet  $\omega_e$  vilket möjliggör komplex representation.

## Komplexa storheter

Antag att rotorns magnetiska huvudaxel ligger  $\delta_{e0}$  elektriska radianer före statorvågen, dvs

$$i_a = \sqrt{2}I_a \cos \omega_e t$$

där  $I_a$  är ankarströmmens effektivvärde. Den komplexa storheten är  $\hat{I}_a = I_a$ .

Den inducerade spänningen kan skrivas

$$\begin{aligned} e_{af} &= -\omega_e L_{af} I_f \sin(\omega_e t + \delta_{e0}) = \\ &= \omega_e L_{af} I_f \cos\left(\frac{\pi}{2} + \omega_e t + \delta_{e0}\right) \end{aligned}$$

vilket omvandlad till komplex storhet blir

$$\hat{E}_{af} = \left( \frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \right) e^{j(\frac{\pi}{2} + \delta_{e0})}$$



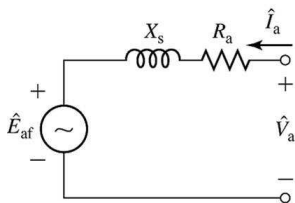
# Komplex modell

Sammantaget blir modellen

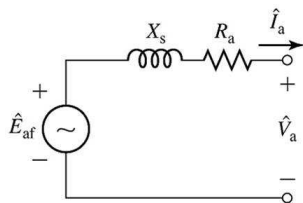
$$\hat{V}_a = R_a \hat{I}_a + jX_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af}$$

där  $X_s$  kallas för synkronreaktansen.

Ekvivalenta kretsar för synkronmaskinen:



(a)



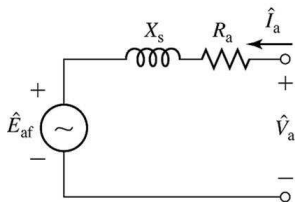
(b)

a) motordrift, b) generatordrift

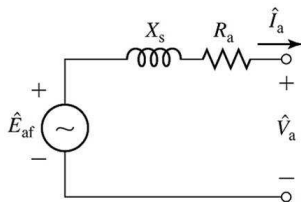
Kretsarna beskriver fasspänning av en fas vid balanserad trefas.

# Visardiagram

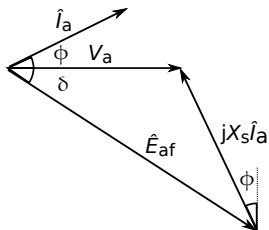
Antag att  $R_a \approx 0$ , dvs  $\hat{V}_a = \pm jX_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af}$



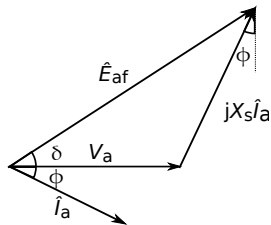
(a)



(b)



Motor:  $\hat{V}_a$  leder  $\hat{E}_{af}$



Generator:  $\hat{E}_{af}$  leder  $\hat{V}_a$

## — Parametrisering —

# Parametrisering

Parametrisera modellen

$$\hat{V}_a = R_a \hat{I}_a + jX_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af}$$

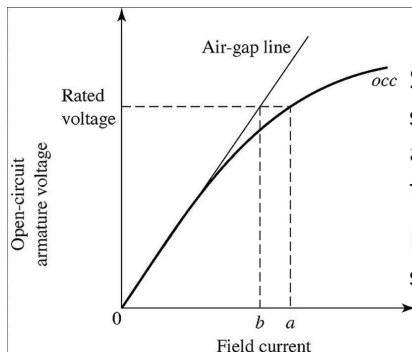
där  $X_s = \omega_e L_s$  och

$$\hat{E}_{af} = j \left( \frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \right) e^{j\delta_{e0}}$$

- ▶  $R_a$  kan mätas då motorn är urkopplad.
- ▶ Funktionen  $E_{af} = f(I_f)$  kan skattas då  $I_a = 0$ .  $\Rightarrow$  Mät spänningen då ankarkretsen är öppen. Tomgångsprov.
- ▶ Reaktansen  $X_s$  kan skattas genom att mäta strömmen då ankarkretsen kortsluts. Belastningsprov.

I både  $X_s = \omega_e L_s$  och  $\omega_e L_{af} / \sqrt{2}$  ingår induktanser som bara är konstanter då järnet inte är magnetiskt mättat.

# Tomgångsprov - mättningskaraktäristik



Spänning  $E_{af}$  över ankarlindning som induceras med fältström  $I_f$ , ankarlindningen öppen och rotationshastighet  $\omega_e$  fix.

Motsvarar dc-motorns magnetiseringskurva.

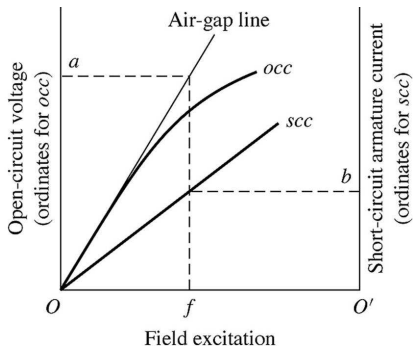
Linjens lutning relaterar till ömseinduktansen enligt

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2}E_{af}}{\omega_e I_f}$$

Vid mätning minskar således induktansen, dvs den magnetiska kopplingen mellan rotor och stator minskar.

## Belastningsprov - kortslutningskaraktäristik

Kortslut alla faser, vrid rotorn med fixt varvtal, strömsätt fältlindningen, mät ankarströmmen. Maskinen omättad vid märkström.



Eftersom alla faser är kortslutna är  $V_a = 0$ , dvs

$$\hat{E}_{af} = (R_a + jX_s)\hat{I}_a$$

## Omättade synkronreaktansen

För att bestämma  $X_s$  används

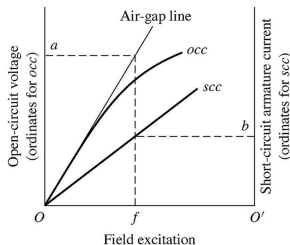
$$E_{af} = I_a \sqrt{R_a^2 + X_{s,u}^2}$$

där  $X_{s,u}$  anger den omättade synkronreaktansen.

Eftersom järnet är omättat gäller

$$V_{a,ag} = E_{af} = \frac{\omega_e L_{af,u} I_f}{\sqrt{2}}$$

där  $V_{a,ag}$  kan beräknas från tomgångsprovets (air-gap line) luftgaplinje för samma  $I_f$  som används vid belastningsprovet.



Försummas  $R_a$  blir sambandet

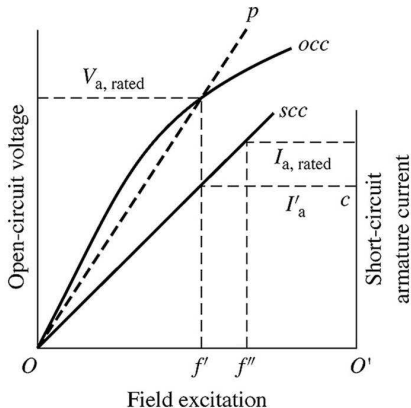
$$X_{s,u} = \frac{V_{a,ag}(I_f)}{I_{a,sc}(I_f)}, \text{ för godtycklig } I_f$$

## Mättade synkronreaktansen

På liknande sätt approximeras mätningen med en motsvarande induktans vid märkspänning enligt

$$X_s = \frac{V_{a,\text{rated}}}{I'_a}$$

där beteckningarna förklaras i figuren.





## Exempel

**Givet:** Följande data är inhämtat på en 60 Hz, 45 kVA, 220 V huvudspänning, 3-fas, Y-kopplad, 6-polig synkronmaskin.

$I_f$ [A]	2.20	2.84
oc $V_a$ [V]	-	220
oc $V_{a,ag}$ [V]	202	-
sc $I_a$ [A]	118	152

Spänningarna i tabellen anges som fas till fas spänningar.

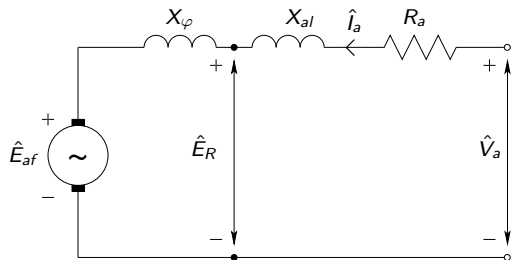
**Sökt:** Mättad och omättad synkronreaktans. **Lösning:**

$$X_{s,u} = \frac{202/\sqrt{3}}{118} \Omega/\text{fas}$$

$$X_s = \frac{220/\sqrt{3}}{152} \Omega/\text{fas}$$

# Sammanfattning: Ekvivalent krets för synkronmotor

Ekvivalent krets, motorreferensriktning



$$\hat{V}_a = R_a \hat{I}_a + jX_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af}$$

$$\hat{E}_{af} = j \left( \frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \right) e^{j\delta_{e0}}$$

$$\hat{E}_R = \hat{V}_a - \hat{I}_a (R_a + jX_{al})$$

$$X_s = X_{al} + X_\varphi$$

Här är  $X_{al} = \omega L_{al}$  läckreaktansen och  $X_\varphi = \omega \left( \frac{3}{2} L_{aa0} \right)$  är magnetiseringsreaktansen medan  $\hat{E}_R$  är luftgapsspänningen.