Lektion 3

Uppgift K3.1

På en trefastransformator med data: 100 kVA, 3800/230 V, har tomgångs- och kortslutningsprov gjorts på vanligt sätt, varvid erhölls: $P_{F0} = 965$ W, $U_{1K} = 116$ V, $P_{FKM} = 1120$ W. Transformatorn märkbelastades med med $\cos\varphi = 0,8$ ind. Beräkna sekundärspänningen U_2, från nätet upptagen effekt samt verkningsgrad.

Uppgift K3.2

En 120 kVA, 20/3,2 kV trefastransformator har $u_z = 5,0\%$ och $P_{FKM} = 3,0$ kW. Beräkna sekundärspänningen U_2 då transformatorn ansluts till 20 kV och belastas med 50 kW (uteffekt) med effektfaktorn $\cos\varphi = 0,8$.

Uppgift K3.3

En 40 km lång trefas luftlednig av koppar har arean 120 mm^2 och reaktansen 0,4 Ω/km och fas. I ena ändpunkten tar man ut en symmetrisk trefasbelastning på 12 MW vid $\cos\varphi = 0,8$ ind. Beräkna spänningen i ledningens inmatningsände om spänningen i belastningsänden skall vara 54 kV.

Uppgift K3.4

Från en trefas 50 kV luftledning med resistansen 5 Ω/fas och induktiva reaktansen 10 Ω/fas är effektuttaget 10 MW vid effektfaktorn 0,7 ind. Spänningen i mottagaränden är då 50 kV. Spänningen i inmatningsänden är oberoende av den inmatade effekten i ledningen.

a) Beräkna spänningen i mottagaränden om effektuttaget ökar 50% vid oförändrad effektfaktor.

b) Beräkna spänningen i mottagaränden när ledningen belastas med 50% mer effekt enligt ovan när förlusterna är minsta möjliga.

Uppgift K3.5

En 400 kV ledning har en seriereaktans på 0.5 H per fas och serieresistansen kan försummas. Ledningen sitter i det svenska transmissionsnätet. Spänningen på båda sidor om ledningen är 400 kV och strömmen på ledningen är 600A.

a) Hur stor aktiv effekt överförs på ledningen.

b) Hur stor reaktiv effekt förbrukar ledningen i detta fall och hur mycket matas in från respektive sida.

c) Rita ett visardiagram. Välj en av spänningarna som referens. Vad blir överföringsvinkeln för detta fall?

Lektion 3

Lösning K3.1

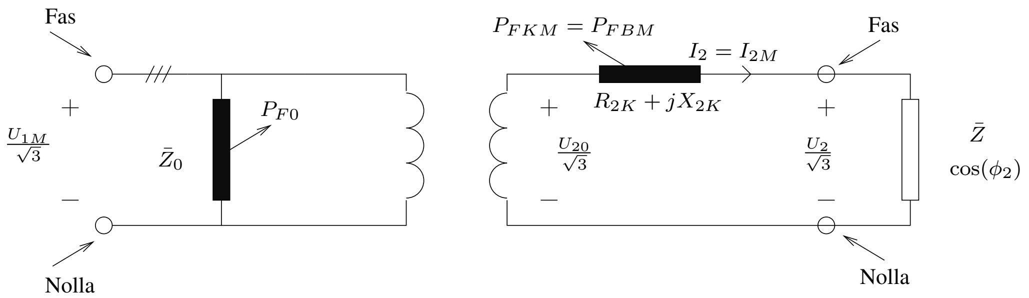
Uppgiften behandlar spänningsfallsformeln, kortslutnings resp tomgångsprov samt effektivitetsberäkningar för en trefastransformator. Notera att det är en **trefas**transformator.

Givet:

- $S_M = 100$ kVA, $U_{1M} = 3800$ V, $U_{2M} = 230$ V, Notera att det är huvudspänningar (trefastransformator)
- $P_{F0} = 965$ W, $U_{1K} = 116$ V, $P_{FKM} = 1120$ W
- Transformatorn arbetar under märkbelastning med $\cos(\phi) = 0.8$ ind.

Sökt:
Sekundärspänningen U_2, från nätet upptagen effekt P_{1M}, verkningsgraden η

Lösning:
Studera en av de tre faserna



Spänningsfallsformeln för en av faserna kan skrivas

$$\frac{U_{20}}{\sqrt{3}} \approx \frac{U_2}{\sqrt{3}} + I_2\big(R_{2K} \cdot \underbrace{\cos(\phi_2)}_{0.8} + X_{2K} \underbrace{\sin(\phi_2)}_{0.6}\big) \tag{2}$$

och vi söker alltså U_2. De ingående storheter som behövs beräknas enligt

R_{2K}: Kortslutningseffekten är effekten som avges från R_{2K} vid märkström I_{2M} som kan räknas ut med hjälp av märkvärdena. Därefter kan i sin tur förlustresistansen R_{2K} räknas ut. Se t.ex. skissen ovan för att förstå var kortslutningseffekten avges

$$S_M = \sqrt{3} \cdot U_{2M} \cdot I_{2M} \Rightarrow I_{2M} = \frac{\overbrace{100 \cdot 10^3}^{S_M}}{\sqrt{3} \cdot \underbrace{230}_{U_{2M}}} = 251 \text{ A}$$

$$P_{FKM} = 3R_{2K} \cdot I_{2M}^2 \Rightarrow R_{2K} = \frac{P_{FKM}}{3 \cdot I_{2M}^2} = \frac{1120}{3 \cdot 251^2} = 5.9 \text{ m}\Omega,$$

X_{2K}: Kortslutningsströmmen U_{1K} spänningstransformeras till sekundärsidan enligt spänningsformeln. Tillsammans med ohms lag för den ekvivalenta faskretsen får vi

$$\left.\begin{array}{l} \frac{U_{2K}}{\sqrt{3}} = Z_{2K} \cdot I_{2M} \\ \frac{U_{1K}}{U_{2K}} = \frac{U_{1M}}{U_{2M}} \Rightarrow U_{2K} = 7 \text{ V} \end{array}\right\} \Rightarrow Z_{2K} = 16 \text{ m}\Omega$$

$$Z_{2K} = \sqrt{R_{2K}^2 + X_{2K}^2} \Rightarrow X_{2K} = 14.8 \text{ m}\Omega$$

Spänningsfallsformeln (2) ger nu

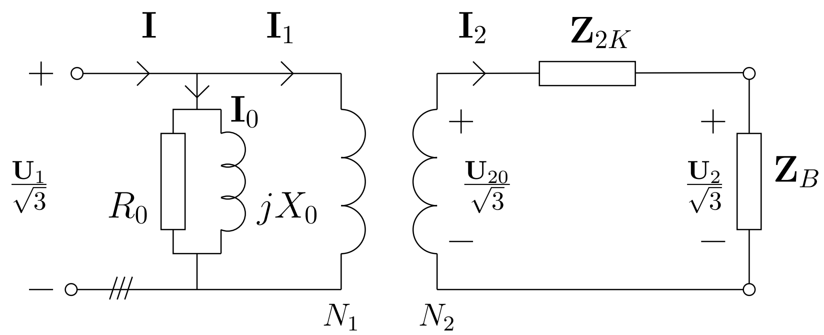
$$\frac{230}{\sqrt{3}} \approx \frac{U_2}{\sqrt{3}} + 251\big(6 \cdot 10^{-3} \cdot 0.8 + 14.8 \cdot 10^{-3} \cdot 0.6\big) \Rightarrow U_2 = 224 \text{ V}$$

För att räkna ut effektivitet η och effekt som tas från nätet P_1 så används att

$$\begin{aligned}
P_1 &= P_{2M} + P_{F0} + P_{FBM} \quad (\text{dvs } P_1 = \text{avgiven effekt} + \text{förluster}) \\
P_{2M} &= \sqrt{3} \cdot U_2 \cdot I_{2M} \cdot \cos(\phi_2) = \sqrt{3} \cdot 224 \cdot 251 \cdot 0.8 = 78 \cdot 10^3 \text{ W} \Rightarrow \\
P_1 &= 78 \cdot 10^3 + 1120 + 965 \approx 80 \cdot 10^3 \text{ W} \\
\eta &= \frac{\text{avgiven effekt}}{\text{instoppad effekt}} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{2M}}{P_1} = \frac{78}{80} = 0.974 = 97.4\ \%
\end{aligned}$$

Lösning K3.2

Kopplingen för transformatorn blir enligt figur nedan



För att använda spänningsfallsformeln behövs X_{2K} och R_{2K} samt I_2. I denna uppgift är I_2 okänd och istället har en lasteffekt givits. Eftersom effekten beror av både ström och spänning så måste en andragradsekvation lösas för att räkna ut I_2 och därmed U_2.

$$\begin{aligned}
I_{2M} &= \frac{S_M}{\sqrt{3}U_{2M}} = 21.7 \text{ A} \Longrightarrow \\
R_{2K} &= \frac{P_{FKM}}{3 \cdot I_{2M}^2} = 2.13\ \Omega \\
Z_{2K} &= \frac{u_z}{100}\frac{U_{2M}^2}{S_M} = 4.3\ \Omega \\
X_{2K} &= \sqrt{Z_{2K}^2 - R_{2K}^2} = 3.7\ \Omega \\
P_2 &= 50 \text{ kW} = \sqrt{(3)} \cdot U_2 \cdot I_2 \cos\varphi_2
\end{aligned}$$

Med P_2 från ovan instoppat i spänningsfallsformeln får vi

$$\begin{aligned}
&\frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot I_2 \cos\varphi_2} = U_{20} - \sqrt{3} \cdot I_2 \left(R_2 \cdot \cos\varphi_2 + X_{2K} \cdot \sin\varphi_2\right) \Longrightarrow \\
&\Longrightarrow \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot \cos\varphi_2} = I_2 \cdot U_{20} - \sqrt{3} \cdot I_2^2 \left(R_2 \cdot \cos\varphi_2 + X_{2K} \cdot \sin\varphi_2\right) \Longrightarrow \\
&\Longrightarrow I_2^2 - I_2 \frac{U_{20}}{\sqrt{3} \cdot \left(R_2 \cdot \cos\varphi_2 + X_{2K} \cdot \sin\varphi_2\right)} + \frac{P_2}{3 \cdot \cos\varphi_2 \left(R_2 \cdot \cos\varphi_2 + X_{2K} \cdot \sin\varphi_2\right)} = 0 \Longrightarrow \\
&\Longrightarrow I_2 = 11.6 \text{ A} \quad (\text{Två rötter varav en orimligt stor})
\end{aligned}$$

Vi får därför

$$U_2 = U_{20} - \sqrt{3} \cdot I_2 \left(R_2 \cdot \cos\varphi_2 + X_{2K} \cdot \sin\varphi_2\right) = 3121 \text{ V}$$

Lösning K3.3

$$R_L = \rho_{cu}\frac{l}{A} \text{ med}$$
$$\rho_{cu} = 1,7 \cdot 10^{-2}\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$$
$$l = 40 \cdot 10^3\ \text{m}$$
$$A = 120\text{mm}^2 \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow R_L = 5,7\ \Omega$$
$$X_L = 0,4 \cdot 40 = 16\ \Omega$$
$$Q_2 = P_2 \cdot \tan\varphi = 12 \cdot 0,75 = 9\ \text{MVAr}$$

Spänningsfallsformeln uttryckt i effekt ger nu

$$U_1 = 54000\sqrt{\left(1 + \frac{5,7 \cdot 12 \cdot 10^6 + 16 \cdot 9,0 \cdot 10^6}{54000^2}\right)^2 + \left(\frac{16 \cdot 12 \cdot 10^6 - 5,7 \cdot 9,0 \cdot 10^6}{54000^2}\right)^2} = 58\ \text{kV}$$

Lösning K3.4

a) $U_1 \approx 53$ kV, $U_{2,II} \approx 48,3$ kV.

b) "*Förlusterna är minsta möjliga*" betyder att $Q_2 = 0$. Detta ger $U_{2,III} = 51,5$ kV.

Lösning K3.5

a) Ställ upp två spänningsvektorer $\bar{U}_{f,1}$ och $\bar{U}_{f,2}$ där $\bar{U}_{f,1} = \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot e^{j0}$ kV och $\bar{U}_{f,2} = \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot e^{j\cdot\varphi}$ kV. Med hjälp av deras längder får vi då att

$$\left|\bar{U}_{f,1} - \bar{U}_{f,2}\right| = X_L \cdot I \Longrightarrow \left|1 - e^{j\cdot\varphi}\right| = \frac{X_L \cdot I}{U_1}$$
$$(1 - \cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi = \left(\frac{X_L \cdot I}{U_1}\right)^2 \Longrightarrow$$
$$\sin(\varphi/2) = \pm\frac{X_L \cdot I}{2 \cdot U_{f,1}} \Longrightarrow$$
$$\varphi = \pm 23,58^\circ$$

Antag att spänningen $U_{f,2}$ ligger efter $U_{f,1}$ (godtyckligt). Ställ därefter upp sambandet mellan spänningar och strömmar för att räkna ut strömmen $\bar{I}$ enligt

$$\bar{U}_{f,1} - \bar{U}_{f,2} = j \cdot X_L \cdot \bar{I} \Longrightarrow$$
$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_{f,1} - \bar{U}_{f,2}}{j \cdot X_L} = 600 \cdot e^{-\varphi/2} = 600 \cdot e^{-11,8^\circ}$$

Vi ser alltså att spänningarna måste ligga symmetriskt runt strömmen. Slutligen får vi nu att

$$P_1 = \sqrt(3) \cdot U_H \cdot I \cdot \cos\varphi/2 = 407\ \text{MW}$$

b) Vi har att $X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 157,1$ vilket ger att

$$Q_L = 3 \cdot X_L \cdot I_L^2 = 170\ \text{MVAr}$$

dvs ledningen förbrukar 170 MVAr reaktiv effekt. Låt oss jämföra detta med den reaktiva effektinmatningen i första änden. Vi har att

$$Q_1 = \sqrt(3) \cdot U_H \cdot I \cdot \sin\varphi/2 = 85\ \text{MVAr}$$

vilket alltså betyder att halva den reaktiva effekten matas in från ena änden och därmed andra halvan från den andra. Med tanke på symmetrin mellan spänningarna och strömmen är detta knappast överraskande. Låt oss dock kontrollera att detta stämmer med formeln för spänningsfall uttryckt i effekt genom att sätta in $U_1 = U_2$ samt $R_L = 0$

$$\left(1 + \frac{Q_2 \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 + \left(\frac{P_2 \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 = 1$$

Samtidigt har vi att $S = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L = 415$ MW och $S^2 = P^2 + Q^2$ vilket då ger

$$\left(1 + \frac{\sqrt{S_2^2 - P_2^2} \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 + \left(\frac{P_2 \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 = 1 \Longleftrightarrow$$
$$\left(\frac{\sqrt{S_2^2 - P_2^2} \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{S_2^2 - P_2^2} \cdot X_L}{U_2^2} + \left(\frac{P_2 \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 = 0 \Longleftrightarrow$$
$$\left(\frac{S_2 \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{S_2^2 - P_2^2} \cdot X_L}{U_2^2} = 0 \Longleftrightarrow$$
$$\left(\frac{S_2 \cdot X_L}{U_2}\right)^2 + 2\sqrt{S_2^2 - P_2^2} \cdot X_L = 0 \Longleftrightarrow$$
$$P_2^2 = S_2^2 - \frac{X_L^2}{4}\left(\frac{S_2}{U_2}\right)^4 \Longrightarrow Q_2 = \frac{X_L}{2}\left(\frac{S_2}{U_2}\right)^2 = 84.8 \text{ MVAr} = \frac{Q_L}{2}$$

c) Visardiagrammet blir enligt nedan och överföringsvinkeln är $\varphi = 23,55°$