

# Adaptive Catalyst Model for Control

Master's thesis  
performed in **Vehicular Systems**

by  
**Erik Sunnegårdh**

Reg nr: LiTH-ISY-EX-3249-2002

3 december 2002



# Adaptive Catalyst Model for Control

Master's thesis

performed in **Vehicular Systems**,  
**Dept. of Electrical Engineering**  
at **Linköpings universitet**

by **Erik Sunnegårdh**

Reg nr: LiTH-ISY-EX-3249-2002

Supervisor: **Ph.d. Student Per Andersson**

Linköpings universitet

**M.Sc. Emil Ritzen**


SAAB Automobile Powertrain

Examiner: **Assistant Professor Lars Eriksson**

Linköpings Universitet

Linköping, 3 december 2002



	<b>Avdelning, Institution</b> Division, Department  Vehicular Systems, Dept. of Electrical Engineering 581 83 Linköping		<b>Datum</b> Date  3 december 2002
	<b>Språk</b> Language <input checked="" type="checkbox"/> Svenska/Swedish <input type="checkbox"/> Engelska/English  <input type="checkbox"/> _____	<b>Rapporttyp</b> Report category <input type="checkbox"/> Licentiatavhandling <input checked="" type="checkbox"/> Examensarbete <input type="checkbox"/> C-uppsats <input type="checkbox"/> D-uppsats <input type="checkbox"/> Övrig rapport <input type="checkbox"/> _____	<b>ISBN</b> _____ <b>ISRN</b> LITH-ISY-EX-3249-2002 <b>Serietitel och serienummer ISSN</b> Title of series, numbering _____
<b>URL för elektronisk version</b> <a href="http://www.vehicular.isy.liu.se">http://www.vehicular.isy.liu.se</a> <a href="http://www.ep.liu.se/exjobb/isy/2002/3249/">http://www.ep.liu.se/exjobb/isy/2002/3249/</a>			
<b>Titel</b> Adaptiv katalysatormodell för reglering  Title        Adaptive Catalyst Model for Control  <b>Författare</b> Erik Sunnegårdh Author			
<b>Sammanfattning</b> Abstract  <p>This master's thesis describes the development of a model of the catalystsystem aiming at control by an MPC. A well functioning model, which is suitable in control purpose, is important while emission legislation become more and more hard to fulfill for the car manufacturers. Much research has been done in the field of physical modeling of the system, but in this work a linear adaptive time discrete ARX-model is developed and validated. The systems tendency to change its dynamic during usage implies that the model must be adaptive. The developed model proved to be well functioning and shows promising conditions for the MPC design.</p> <p>The system and the model are analyzed in the time- and frequency domains and the model is both implemented and validated in a Saab 9-5.</p> <p>The work has been performed both at Saab Automobile Powertrain AB in Södertälje and in Vehicular Systems Dept. of Electrical Engineering at Linköping University.</p>			
<b>Nyckelord</b> ARX, Adaptive, LMS, MPC, Variable transport delays, TWC, Engine Keywords        control			



## Abstract

This master's thesis describes the development of a model of the catalyssystem aiming at control by an MPC. A well functioning model, which is suitable in control purpose, is important while emission legislation become more and more hard to fulfill for the car manufacturers. Much research has been done in the field of physical modeling of the system, but in this work a linear adaptive time discrete ARX-model is developed and validated. The systems tendency to change its dynamic during usage implies that the model must be adaptive. The developed model proved to be well functioning and shows promising conditions for the MPC design.

The system and the model are analyzed in the time- and frequency domains and the model is both implemented and validated in a Saab 9-5.

The work has been performed both at Saab Automobile Powertrain AB in Södertälje and in Vehicular Systems Dept. of Electrical Engineering at Linköpings University.

**Keywords:** ARX, Adaptive, LMS, MPC, Variable transport delays, TWC, Engine control

## Sammanfattning

Detta examensarbete beskriver framtagning och implementering av en modell över katalysatorsystemet för användning till MPC regulator. En modell som fungerar väl och dessutom är mycket lämplig för reglering är viktigt, då emissionskraven blir allt svårare för bilproducenter att klara av. Mycket forskning har undersökt möjligheten att beskriva systemet fysikaliskt, men i detta arbete undersöks och utvärderas en linjär tidsdiskret konfektionsmodell. Systemets svårfångade dynamik kräver dessutom att modellen är adaptiv. Den slutgiltiga modellen fungerar väl utsignalförjningsmässigt sett och visar goda förutsättningar för fortsatt användning i reglersyftet.

Systemet och modellen analyserades och validerades både i tids- och frekvensdomänen och modellen implementerades och validerades även i en Saab 9-5.

Arbetet har utförts hos Saab Automobile Powertrain AB och vid fordonssystem vid Linköpings Universitet.



## Förord

Examensarbete har utförts på uppdrag av Saab Automobile Powertrain AB i Södertälje i samarbete med Fordonssystem på Linköpings tekniska högskola (LiTH).

Jag vill tacka alla medarbetare på FMEB-avdelningen för all hjälp och stöd under arbetets utförande i Södertälje. Ett tack riktas också till Thomas Magnusson och Jimmy Vidner för deras hjälp vid implementering. Personalen på Fordonssystem tackas för en mycket trivsamt arbetsmiljö och intressanta diskussioner.

Mitt största tack går till mina handledare, Per Andersson (LiTH) och Emil Ritzen (Saab), som har varit djupt engagerade och givit stöd och råd under arbetet.



# Nomenklatur

## Symboler

Symbol	Förklaring	Enhet
$a_1 \dots a_4$	Systemvariabler	–
$c$	per förbränning	–
$\lambda_t$	Bakre sond-signal, diskret sensor	[V]
$\lambda_f$	Främre sond-signal, linjär sensor	–
$\lambda$	Bränsle/luft förhållande	–
$maf$	Luftmassflöde	[kg]
$nk$	Transportfördröjning i katalysatorn	[s]
$\varphi$	Mätvektor	[V]
$\theta$	Systemvektor (innehåller $a_1 \dots a_4$ )	–
$\mu$	Steglängd	–
$X$	Tillståndsvektor	[V]

## Förkortningar

Förkortning	Förklaring
ARX	Auto Regression eXtrainput
CO	Kolmonoxid
HEGO	Heated Exhaust Gas Oxygen sensor, diskret bränsle/luft givare
HC	Kolväte
Ident	Matlabprogram i identification toolbox
LMS	Least Mean Square
MPC	Model Predictive Control
$NO_x$	Kväveoxid
RLS	Recursive Least Square
RPM	Revolutions Per Minute
TWC	Three Way Catalyst
UEGO	Universal EGO, kontinuerlig bränsle/luft givare



# Innehåll

<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Sammanfattning</b>	<b>vi</b>
<b>Förord</b>	<b>vii</b>
<b>1 Introduktion</b>	<b>1</b>
<b>2 Katalysatorns funktion och uppbyggnad</b>	<b>5</b>
<b>3 Emissioner och emissionsmätningar</b>	<b>7</b>
3.1 Lambdagivare . . . . .	8
3.1.1 HEGO-sond . . . . .	9
3.1.2 UEGO-sond . . . . .	9
<b>4 Inledande systemanalys</b>	<b>11</b>
4.1 Stegsvarexperiment . . . . .	12
4.2 Spektralskattning . . . . .	14
4.3 Störningar . . . . .	16
4.4 Slutsatser av systemanalysen . . . . .	16
<b>5 Utveckling av modell</b>	<b>17</b>
5.1 Teori . . . . .	17
5.1.1 ARX . . . . .	17
5.1.2 LMS . . . . .	18
5.1.3 RLS . . . . .	19
5.1.4 Algoritmval . . . . .	19
5.2 Parameterval . . . . .	20
5.3 Tillståndsbeskrivning . . . . .	21
5.3.1 Indirekt tillståndsåterkoppling . . . . .	23
5.4 $\mu$ -parametern . . . . .	24
5.5 Användande av adaptiviteten . . . . .	24
5.5.1 Kontinuerlig modellskattning . . . . .	25
5.5.2 Prediktion . . . . .	25

5.6	Modellreduktion . . . . .	26
5.6.1	Stabilitet . . . . .	27
5.6.2	Modellutsignal och parameterskattning . . . . .	27
5.6.3	Bodediagram och filterfunktioner . . . . .	29
5.7	Transportfördröjningens inverkan påsystemparametrar . . . . .	30
5.8	Slutsatser . . . . .	30
<b>6</b>	<b>Implementering</b>	<b>33</b>
6.1	Implementering i Simulink . . . . .	33
6.2	Implementering i C . . . . .	33
6.3	Skillnader mellan implementationerna . . . . .	34
<b>7</b>	<b>Validering av modell</b>	<b>35</b>
7.1	Transientvalidering . . . . .	35
7.2	Prediktion . . . . .	36
7.3	Frekvenssvar . . . . .	37
7.4	Slutsatser . . . . .	38
<b>8</b>	<b>Modifiering av insignal</b>	<b>39</b>
8.1	Slutsatser . . . . .	40
<b>9</b>	<b>Resultat och slutsatser</b>	<b>43</b>
9.1	Tänkbara utvidgningar . . . . .	43
<b>A</b>	<b>Modellplottar</b>	<b>47</b>
<b>B</b>	<b>Valideringsplottar</b>	<b>55</b>
<b>C</b>	<b>Simulinkschema</b>	<b>63</b>

# Kapitel 1

## Introduktion

Strängare miljökrav, högre bensinpriser, den höjda miljömedvetenheten och den snabba elektronikutvecklingen under de senaste 30 åren har medfört att dagens bilar nästan uteslutande har elektroniska styrsystem och att en stor del av utvecklingen riktar sig mot en sänkning av bilens utsläpp. En orsak till användandet av elektroniska styrsystem är den snabba reaktionstid från orsak till verkan jämfört med mekaniska kopplingar. Man har också möjlighet att styra bilens funktioner mycket flexiblare, exempelvis har man lyckats göra bilarna bränslesnålare.

Det främsta framsteget i bekämpandet av farliga gaser var introduktionen av katalysatorn i mitten på 70-talet. Den har medfört en kraftig sänkning av farliga gaser. Kraven på bilproducenterna har ökat med tiden och allt strängare avgaskrav har införts. Denna utveckling med allt strängare avgaskrav drivs framåt av Californian air resource board (CARB), huvudsakligen på grund av den stora mängd av bilar i USA som orsakar allvarliga miljöproblem.

För att katalysatorn skall fungera bra krävs det att förhållandet mellan luft och bränsle i förbränningen hålls nära det stökiometriska förhållandet, vilket inträffar då syremängden vid förbränningen är precis så stor att bränslet oxideras till  $CO_2$  och  $H_2O$ . Man har infört en beteckning för kvoten mellan aktuellt- och stökiometriskt luft/bränsleförhållande vilket man kallar  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{\frac{A}{F}}{(\frac{A}{F})_{stok}}$$

## Syfte

Syftet med detta arbete är att skapa en modell av katalysatorsystemet lämplig för bättre reglering av  $\lambda$ , genom att ta hänsyn till katalysatorns dynamik. En väl fungerande modell medför att en kraftfullare reglering av annan typ än den nuvarande PID designen kan användas, vilket i sin tur kan sänka emissionerna genom bättre styrning av  $\lambda_t$ , se [1]. Den framtagna modellen skulle implementeras i bilens styrlåda. Modellen skall följa  $\lambda_t$  bra i området 0.5-0.7 V och även prediktionen skall fungera väl där, det vill säga ungefär minst en sekunds prediktion [1].

## Metod

Modellen har utvecklats i Matlab/Simulink utgående från verkliga mätdata från bil dels från körning på landsväg dels från mätningar i chassidynamometer. Främre och bakre  $\lambda$ -värden avläses varje sampel och en modell skapas med hjälp av en LMS-skattning som en ARX-modell. De skattade systemvariablerna i ARX-modellen används i en tillståndsrepresentation där en prediktion av framtida  $\lambda_t$  utförs. Modellen implementerades som C-kod i motorns styrsystem.

## Översikt av rapporten

- I kapitel 2 och 3 ges en introduktion till katalysatorn och emissioner.
- I kapitel 4 görs en inledande systemanalys som visar problem och svårigheter med katalysatormodellering och reglering.
- I kapitel 5 utvecklas en modell och undersökning, hurvida en modellreduktion kan göras för att ge ett enklare beräkningstekniskt system.
- I kapitel 6 beskrivs implementeringen av modellen i bilens motorstyrsystem.
- I kapitel 7 valideras modellen med olika experiment och analyser.
- I kapitel 8 visas fördelar och nackdelar med en modifierad insignal.
- I kapitel 9 diskuteras resultat och slutsatser.

## Målgrupp

Den här rapporten vänder sig till civilingenjörs- och doktorandstudenter med grundläggande fordonssystem- och avancerade reglerteknikkunskap.



## Utvecklingsverktyg

Den utrustning och hjälpmedel som användes vid genomförandet av arbetet var:

- Bil och motor

Saab 9-5 med en 2.3 liters rak fyrcylindrig turbomotor årsmodell -00.

- PPCAN och Apptool

För kommunikation med bilens styrlåda kopplades en Laptop in på bilens CAN-buss. En PPCAN anslöts mellan Laptopens parallellport och bilens CAN-buss vilket möjliggjorde kommunikation och styrning av parametrar mellan ingenjör och styrlåda.

Apptool är ett Saabutvecklat program för att skapa ett visuellt gränssnitt för ingenjören att arbeta med styrlådan.

- Targetlink

Targetlink är ett simulinkliknande program. Med Targetlink kan man också generera färdig produktionskod, det vill säga programkod som kan laddas ner i styrlådan vilket kan vara en stor fördel då den delen av ett projekt kan vara den mest tidskrävande.

- Chassidynamometer

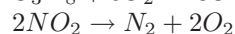
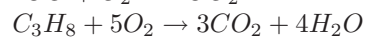
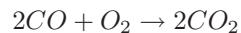
För att kunna samla in data från bilen under stabila förhållanden användes en chassi dynamometer. En sådan skall efterlikna en rullande landsväg där bilens hjul placeras på roterande rullar. Rullarna är kopplade till en kraftig elmotor som gör det möjligt att låsa bilens drivhjul vid en bestämd vinkelhastighet. Man kan också med fördel låsa fast olika varvtal och luftmassflöde för olika experiment.



## Kapitel 2

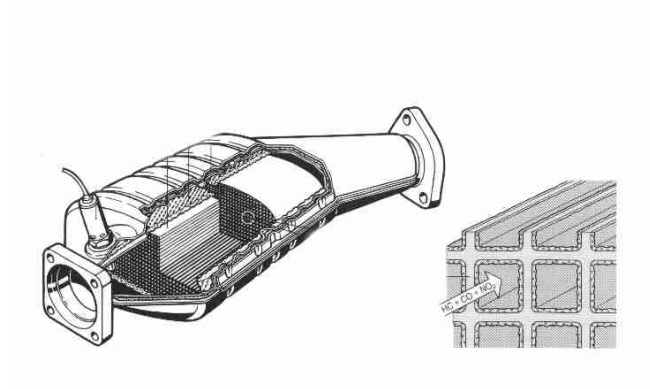
# Katalysatorns funktion och uppbyggnad

Katalysatorn används för att omvandla emissioner i avgaserna från förbränningen i motorn till mindre farliga gaser. Den vanligast förekommande katalysatorn är den så kallade trevägskatalysatorn (TWC). Den har förmågan att omvandla HC, CO och NO<sub>x</sub> till bland annat koldioxid, vatten och dikväve. Omvandlingsgraden vid optimalt  $\lambda$  (det stökiometriska förhållandet) är ca 99 %, vilket är mycket bra. Några av de viktigaste kemiska reaktionerna i katalystorn är [2]:



Det inre av katalysatorn består av flera tusen kanaler vilkas ytor är belagda med metaller, katalyter, som underlättar omvandlingen. Vanliga metaller är platina och rodium. Platinan underlättar oxidationen av HC och CO, medan rodiumet reducerar kväveoxiderna. Massan av katalyterna i katalysatorn är ca 2-3 gram.

För att nå optimal omvandlingsgrad i katalysatorn måste två villkor vara uppfyllda. Det krävs att  $\lambda$  befinner sig i ett snävt fönster ( $< 1\%$ ) kring  $\lambda = 1$ , vilket motsvaras av en spänning kring 0.6 volt på den bakre lambdagivaren. Dessutom måste katalysatorn nå en viss arbetstemperatur, minst 250° C, för att acceptabel omvandling skall ske (HC omvandlas till 50 %). Den tid katalysatorn behöver för att nå denna omvandlingsgrad kallas lightoff-tid. En stor del av emissionerna från en körcykel sker just under den tid det tar för katalysatorn att nå upp till arbetstemperatur och därför är en kort lightoff-tid mycket bra.



Figur 2.1: TWC katalysator (bildkälla: BOSCH Gasoline-engine management )

Mycket arbete läggs för närvarande också ned på detta, eftersom en lösning medför kraftigt minskade emissioner.

På grund av de många olika reaktionerna i katalysatorn kommer främre och bakre lambdagivare inte att ha samma värde, vid samma sampel. Det går alltså inte att bara styra den främre till  $\lambda_f = 1$  för att få låga emissioner. Man måste dessutom ha en bakre givare, vars värde man återkopplar till en regulator för att bestämma rätt bränsle/luft förhållande in till katalysatorn.

Ett stort problem är att katalysatorn åldras och katalysatorn får efter hand allt mindre omvandlingsgrad, då föroreningar som exempelvis svavel förstör ytorna i katalysatorn.

## Kapitel 3

# Emissioner och emissionsmätningar

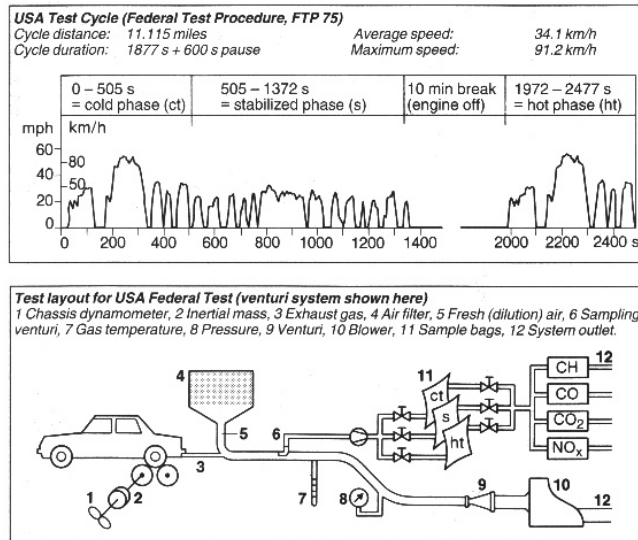
Emissionerna beror på många olika faktorer, till exempel hur varm katalysatorn är och hur man kör. För att emissionskraven ska vara realistiska, repeterbara och utförda likadant av alla har man infört generella körcykler som man samlar upp avgaser ifrån. Ett sådant test är FTP 75 (Federal Test Procedure 75). Den körcykeln representerar körning i Los Angeles under pendlingstrafik, se figur 3.1.

FTP 75 består av tre faser. Den första faser sker under de första 505 sekunderna av körcykeln och kallas transientfasen. Just denna del är den mest kritiska, då katalysatorn fungerar dåligt tills den har blivit tillräckligt varm.

Den andra faser kallas den stabila faser och sker från 505 till 1372 sekunder av körcykeln.

Den tredje faser inleds med att man stänger av motorn och låter bilen stå stilla i 10 minuter. Därefter startas motorn och samma körschema som under den första faser testas.

Emissionerna från de tre olika faserna samlas under körcykeln upp i tre olika säckar. Där analyseras koncentrationen av emissionerna och vid delning med körsträckan får man hur mycket  $\frac{\text{gram emissioner}}{\text{km}}$  bilen släpper ut.

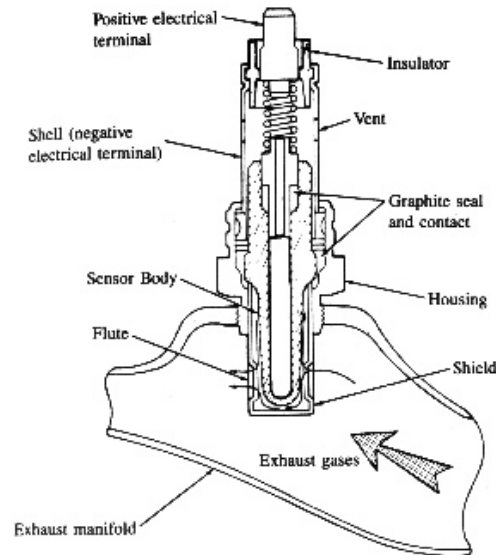


Figur 3.1: FTP 75 för emissions- och diagnostest (bildkälla: BOSCH Gasoline-engine management)

### 3.1 Lambdagivare

Det finns två typer av lambdagivare, diskret och kontinuerlig. Brukligt är att en givare sitter framför katalysatorn,  $\lambda_f$ , och en efter katalysatorn,  $\lambda_t$ .

För att mäta lambdavärdet framför och bakom katalysatorn har man tidigare använt diskreta givare. Detta gör dock att det är svårt att reglera katalysatorn, då det är svårt att få omfattande mätdata från den i princip diskreta givaren. Linjära lambdagivare finns på marknaden men har hittills varit för dyra för att använda i bil. Som exempel kan nämnas att sensorerna som används i [2] kostade cirka \$9000 styck. Nu har man börjat använda linjära givare framför katalysatorn för bättre styrning. Den bakre är emellertid fortfarande diskret, därför att man får mycket bra upplösning i det lilla fönster kring  $\lambda_t = 1$  man vill att utsignalen skall befinna sig inom.



Figur 3.2: Tvärsnitt av lambdasensor (bildkälla: BOSCH Gasoline-engine management)

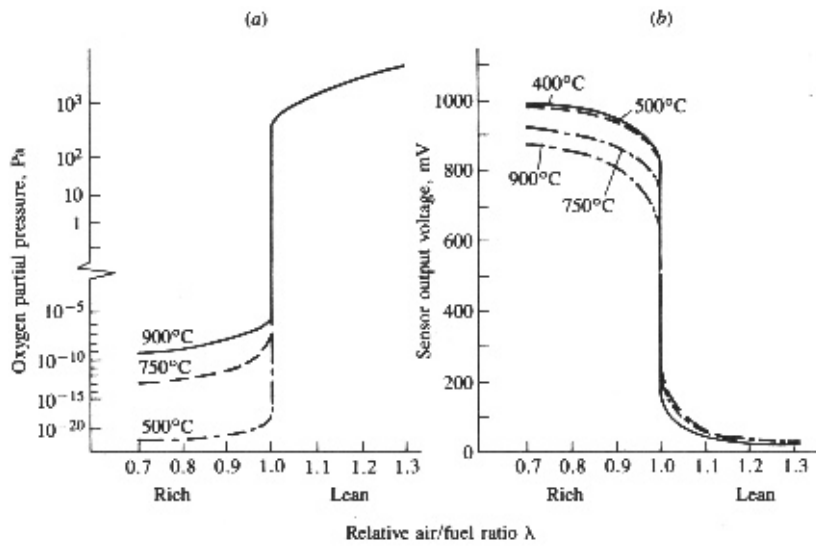
### 3.1.1 HEGO-sond

Den diskreta givaren kallas HEGO-sond (Heated Exhaust Gas Oxygen sensor). Den består av ett keramiskt material som leder syrejoner vid temperaturer över ca  $350^{\circ}\text{C}$ . Man låter därför avgaser och omgivningsluft befinna sig på var sin sida av materialet, vilket medför att en spänningsskillnad uppstår om syrehalten i gaserna är olika. Figur 3.2 visar ett tvärsnitt av HEGO-sonden och figur 3.3 visar sondens karakteristik.

Då katalysatorn och givarna åldras kan inte en statisk modell beskriva katalysatorn bra i längden. Detta indikerade att en adaptiv modell skulle behövas. Dock åldras sensorerna lika mycket som katalysatorn, vilket medför att optimalt  $\lambda_t$ -värde (0.6 V) bibehålls under användningstiden [1]. På provbilen återfanns denna givare bakom katalysatorn.

### 3.1.2 UEGO-sond

Den linjära givaren eller bredbandssonden kallas UEGO (Universal EGO). Den har egenskapen att återge lambda linjärt, till skillnad från HEGO-givaren. På provbilen återfanns denna givare framför katalysatorn.



Figur 3.3: HEGO-sondens karakteristik (bildkälla: BOSCH Gasoline-engine management)



## Kapitel 4

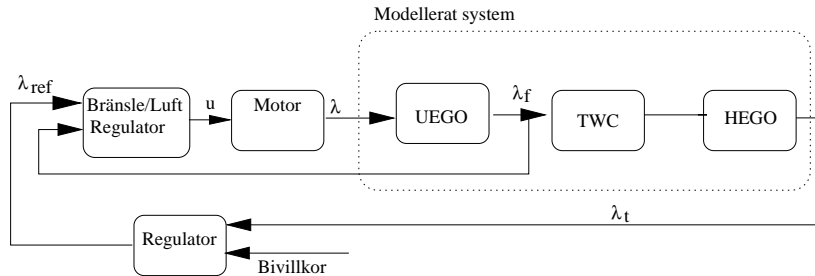
# Inledande systemanalys

Katalysatorn är ett svårmodellerat system beroende bland annat på systemets många olika kemiska reaktioner, temperaturberoende, olinjäriteter och transportfördröjning [3]. Att fysikaliskt beskriva katalysatorn och att dessutom använda en sådan modell för reglering tycks vara väldigt svårt.

Att modellera systemet som en linjär konfektionsmodell innebär en stor fördel ur reglermässig synvinkel, då befintlig reglerteori kan appliceras. Nackdelen med denna metod är dock att modellen kan bli ofullkomlig då den är linjär och viktig information från systemet kan således gå förlorad.

För att få en uppfattning om systemet gjordes några inledande experiment med syfte att se om en konfektionsmodell skulle kunna vara lämplig för att beskriva systemet. Experimenten som gjordes var olika stegsvar och spektralskattning. Stegsvarexperimenten ger en uppfattning om systemets transportfördröjning och anpassning till modell [4]. Med en spektralskattning kan man direkt få en uppfattning om systemets utseende och möjliga resonanstoppa [5].

Det system som undersöks och modelleras är katalysatorn plus de båda lambdagivarna framför och bakom katalysatorn. Detta medför att det är inte bara katalysatorns dynamik som kommer med i modellen utan också givarnas dynamik. I figur 4.1 visas en systemskiss av hur systemet och dataflödet ser ut.



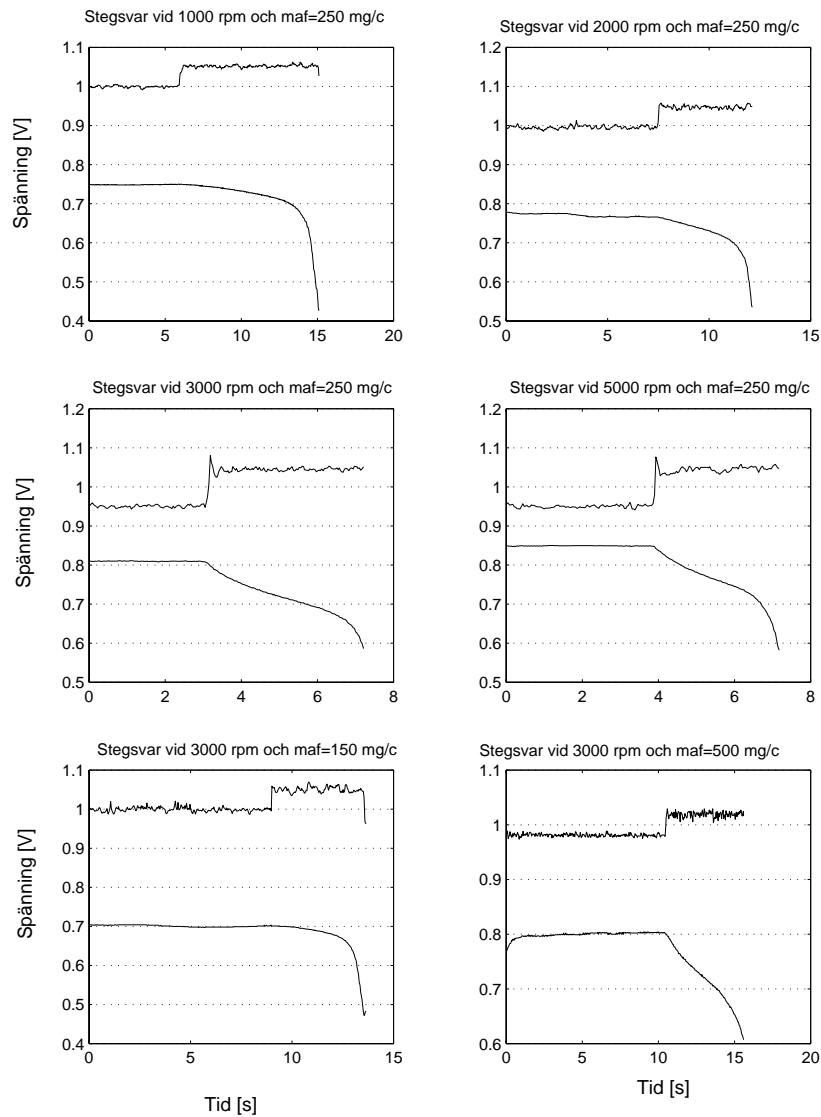
Figur 4.1: Systemskiss över motorn, katalysator- och reglersystemet.

## 4.1 Stegvarsexperiment

En utmaning ur regelsynpunkt för katalysatorn är dess stora transportfördröjning. Från ett steg i  $\lambda_f$  tar det lång tid innan ett utslag syns i  $\lambda_t$ . Detta beror på att syre lagras eller avlägsnas från katalysatorn vid de olika kemiska reaktionerna. Denna transportfördröjning är dessutom inte konstant utan beror bland annat på hur stort massflödet av luft in till motorn är, hur snabbt motorn går och dels åt vilket håll man gör steget.

Vid steg i  $\lambda_f$  från 1 till 1.05 vid konstant luftmassflöde,  $250 \frac{mg}{c}$ , ser man i figur 4.2 att transportfördröjningen är varvtalsberoende. Lägre varvtal medför längre transportfördröjning, storleksordningen är mellan 10 och 3 sekunder. I figur 4.2 visas också hur även massflödet av luft påverkar transportfördröjningen då varvtalet är konstant 3000 rpm. Här uppträder samma fenomen som ovan, lägre massflöde ger längre transportfördröjning, storleksordningen mellan 8 och 3 sekunder. Att transportfördröjningen blir längre vid lågt massflöde är ganska uppenbart, då det helt enkelt tar längre tid att transportera in tillräcklig mängd avgaser i katalysatorn för att  $\lambda_t$  skall ändras.

Att systemet innehåller en variabel transportfördröjning innebär att det är ett svårt system att reglera, då regulatorn behöver kalibreras för olika transportfördröjningar och dessutom ändras transportfördröjningen med katalysatoråldern vilket medför kalibrering under drift.

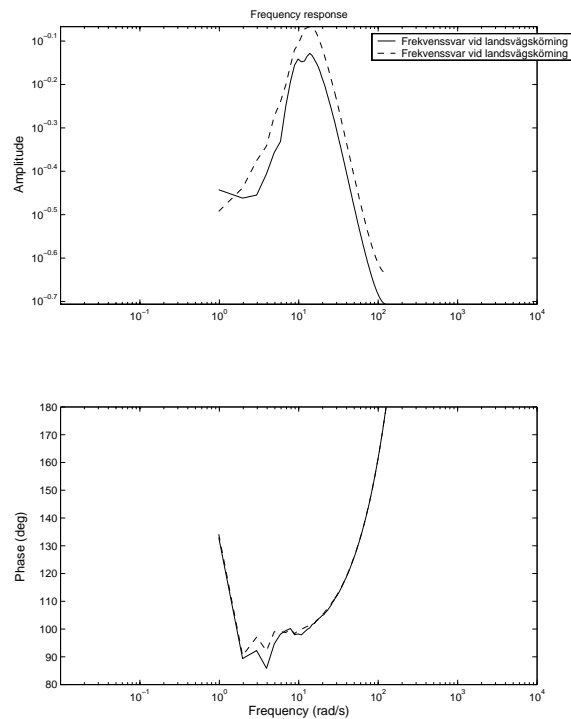


Figur 4.2: Stegvar vid olika varvtal och luftmassflöden. Den övre kurvan i plottarna är  $\lambda_f$  (signal in till TWC'n) och den undre är  $\lambda_t$  (signal ut från TWC'n). Här syns tydligt att det uppkommer stor skillnad i transportfördröjning vid olika varvtal och massflöden.

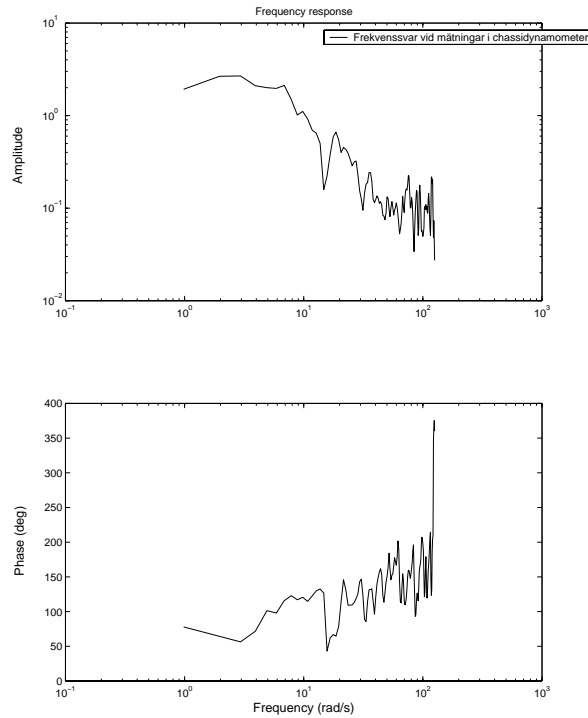
## 4.2 Spektralskattning

En spektralskattning av systemet ger en uppfattning om hur systemet kan beskrivas som en konfektionsmodell. Då inga matematiska funktioner för brusgenerering kunde användas, till exempel vitt brus eller telegrafsignal, kördes bilen på landsväg och då ganska ryckigt för att excitera så många av systemets moder som möjligt. För jämförelse av frekvenssvar vid olika körfall användes två olika mätdata från landsvägskörning och mätdata från steg vid fast varvtal och luftmassflöde i chassidynamometer.

I figur 4.3 ses frekvenssvaret vid två olika landsvägskörningar och syftet med spektralskattningen var att ge en indikation om frekvensinnehållet. Enligt [1] har systemet ett lågpasbeteende, medan frekvenssvaret här mer liknar ett bandpassfilter. Detta kan bero på att de insignaler som användes inte är riktigt bra, då helst en brussignal skall användas.



Figur 4.3: Frekvensspektrum för katalysatorn vid två olika landsvägskörningar. Svaren uppvisar låg/bandpasskaraktäristik med en kraftig resonanstopp vid ca 1 Hz.



Figur 4.4: Frekvensspektrum för katalysatorsystemet vid steg i  $\lambda_f$ . Mätdata är hämtat från körning i chassidynamometer med konstant varvtal 4000 rpm. Frekvenssvaret uppvisar ett distinkt lågpass utseende.

En viktig iakttagelse framgår av figur 4.3 och 4.4 där man kan se att frekvenssvaret inte är konstant utan ändras beroende på hur man kör. Frekvenssvaren i 4.3 har likartad utseende men det ena har ett mer tydligt lågpassutseende med en kraftig resonanstopp. Frekvenssvaret i 4.4 har ett distinkt lågpassutseende. Frekvenssvarets benägenhet att ändra sig beroende på körfall medför att en adaptiv modell har en klar fördel gentemot en statisk, då just ändringar i systemvariabler kan ändra frekvenssvaret under drift.

### 4.3 Störningar

Ingen omfattande undersökning av störningar har gjorts på katalysatorn i detta examensarbete, på grund av arbetets storlek. Dock kan man anta att det uppkommer mätbrus på både  $\lambda_f$  och  $\lambda_t$ , dessutom kan offsetfel i sensorerna uppträda.

### 4.4 Slutsatser av systemanalysen

Att reglera katalysatorn är ett utmanande problem, med tanke på den variabla transportfördröjningen och ändrade frekvensegenskaper beroende på arbetspunkt. Dock visar spektralanalysen att katalysatorn uppvisar ett ungefärligt lågpasutseende, vilket kan beskrivas av en ARX modell. Frekvenssvarets benägenhet att ändras beroende på körfall motiverar användandet av en adaptiv ARX modell.

Som ovan nämnts är de signaler som användes inte lämpliga för att lita på frekvenssvarens utseenden, då det svårt att avgöra om systemet verkligen ändrar sig under drift eller om signalen inte exciterar systemet tillräckligt. En liknande analys har dock gjorts i [1], där brus-signaler har använts och katalysatorn visar då ett lågpasutseende som ändrar utseende vid olika körfall. Detta motiverar slutsatserna ovan.

## Kapitel 5

# Utveckling av modell

Den inledande systemanalysen gav att katalysatorn uppvisade ett ungefärligt låg/bandpassbeteende som dock är ett parameter varierande system. En möjlighet att beskriva systemet var att använda en ARX modell som uppvisar låg/bandpass beteende. Systemanalysen visade dock att en statisk ARX modell inte kunde beskriva systemet på ett godtagbart vis, vilket motiverar en adaptiv modell

### 5.1 Teori

Här ges en kort teoretisk sammanfattning av den konfektionsmodell och de skattningsmetoder som använts. Ytterliga beskrivningar finns i [6] och [7].

#### 5.1.1 ARX

En linjär tidsdiskret störningsfri insignal-utsignalmodell kan skrivas  $y[t] = G(q, \theta)u[t]$ .  $G(q, \theta)$  kan beskrivas som en rationell funktion av förskjutningsoperatoren  $q$  enligt:

$$G(q, \theta) = \frac{A(q)}{B(q)} = \frac{a_1q^{-nk} + a_2q^{-nk-1} + \dots + a_{na}q^{-nk-na+1}}{1 + b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb}} \quad (5.1)$$

Multiplicering av  $B(q)$  på båda sidor om  $y[t]$  ger sambandet mellan insignalen och utsignalen.

$$y[t] + b_1y[t-1] + \dots + b_{nb}y[t-nb] = a_1u[t-nk] + \dots + a_{na}u[t-(na+nk-1)]$$

Ofta är dock utsignalen från en modell störd på grund av brus på insignalen och/eller utsignalen. Detta befogar att en term som innehåller

bruset adderas till  $y[t]$  enligt:  $y[t] = G(q, \theta)u[t] + \omega[t]$ .

Störtermen  $\omega[t]$  kan också beskrivas som en rationell funktion enligt  $\omega[t] = S(q, \theta)e[t]$ , där  $e[t]$  är vitt brus och  $S(q, \theta)$  är:

$$S(q, \theta) = \frac{C(q)}{D(q)} = \frac{1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc}}{1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd}}$$

Nu kan en allmän linjär insignal-utsignal modell beskrivas som  $y[t] = G(q, \theta)u[t] + S(q, \theta)e[t]$ .

$\theta$  är här en parametervektor som innehåller systemvariablerna  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  och  $d_i$  och i en statisk konfektionsmodell är dom konstanta. Strukturparametrarna  $na$ ,  $nb$ ,  $nc$ ,  $nd$  och  $nk$  beskriver storleken på modellen och hur man vill välja att modellera olika effekter av insignalen. Den ovan nämnda modellen kallas *Box – Jenkins(BJ) – modellen* efter statistikerna Box och Jenkins. ARX modellen är ett specialfall av BJ-modellen där man har låtit  $B(q) = D(q) = E(q)$  och  $C(q) = 1$  så att man får nedanstående samband:

$$E(q)y[t] = A(q)u[t] + e[t]$$

### 5.1.2 LMS

Antag att en modell av typen  $y[t] = \varphi^T[t]\theta[t] + e[t]$  används.  $y[t]$  är en känd utsignal,  $\varphi[t]$  är en känd mätvektor och vektorn  $\theta[t]$  innehåller systemvariabler. Om mätningarna beskrivs av detta samband bör  $\theta$  väljas så att modellfelet,

$$V[\theta] = E(y[t] - \varphi^T[t]\theta)^2$$

blir så litet som möjligt. För att beräkna nytt  $\theta$ -värde är det då naturligt att ta den negativa gradienten av  $V[\theta]$ .

$$-\frac{dV[\theta]}{d\theta} = E\varphi[t](y[t] - \varphi^T[t]\theta)$$

Då väntevärde inte kan användas i algoritmen, då systemvariablerna varierar, måste mätningarna  $y[t]$  och  $\varphi[t]$  utnyttjas. Detta leder till en skattning av nytt  $\theta$ -värde enligt:

$$\theta[t] = \theta[t-1] + \mu\varphi[t](y[t] - \varphi^T[t]\theta[t-1]) \quad (5.2)$$

$\mu$  är här steglängden i den negativa gradientens riktning. Då mätvariablerna ofta är skalade, brukar man normera  $\mu$  med  $\varphi$ :s vektornorm.

$$K[t] = \mu \frac{\varphi[t]}{\alpha + |\varphi[t]|^2}$$



Konstanten  $\alpha$  är ett litet tal för att undvika division med 0 och sålunda blir skattningen:

$$\theta[t] = \theta[t-1] + K[t](y[t] - \varphi^T[t]\theta[t-1])$$

### 5.1.3 RLS

Linjära konfektionsmodeller kan skattas genom användandet av förlustfunktionen,

$$V_N(\theta) = \sum_{t=1}^N (y[t] - \varphi^T[t]\theta)^2 \quad (5.3)$$

I en modell där  $\theta$  inte är konstant och man hela tiden vill korrigera denna ändring är det lämpigt att vikta nya mätdata. Detta kan man göra genom att införa en glömskefaktor i (5.3) enligt

$$V_t(\theta) = \sum_{k=1}^t \epsilon^{t-k} (y[k] - \varphi^T[k]\theta)^2$$

där  $0 < \epsilon \leq 1$ . Då  $V_t(\theta)$  är kvadratisk kan den utvecklas och vid minimering ge ett uttryck för  $\theta$ .

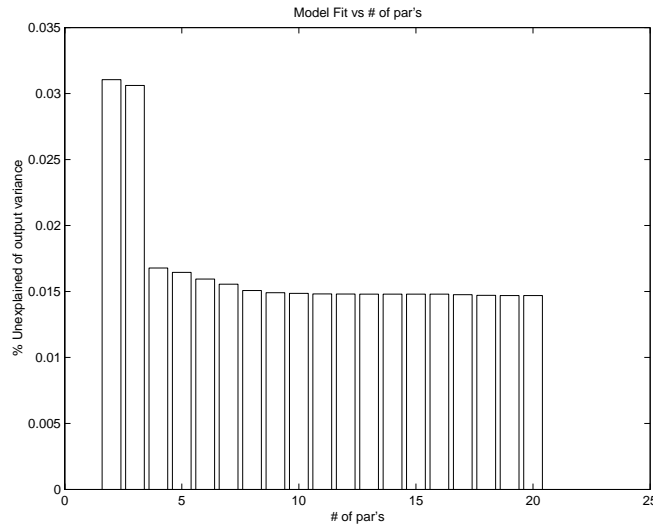
$$\begin{aligned} V_t(\theta) &= \sum_{k=1}^t \epsilon^{t-k} y^2[k] - 2\theta^T \sum_{k=1}^t \epsilon^{t-k} \varphi[k] y[k] + \theta^T \sum_{k=1}^t (\epsilon^{t-k} \varphi[k] \varphi[k]) \theta = \dots \\ &\dots = \sum_{k=1}^t \epsilon^{t-k} y^2[k] + (\theta - R^{-1}f)^T R (\theta - R^{-1}f) - f^T R^{-1}f \\ R &= \sum_{k=1}^t \epsilon^{t-k} \varphi[k] \varphi^T[k] \\ f &= \sum_{k=1}^t \epsilon^{t-k} \varphi^T[k] y[k] \end{aligned}$$

Uttrycket minimeras för  $R\theta = f$  och därmed finns ett uttryck för beräkning av nytt  $\theta$ . Då både  $R$  och  $f$  kan räknas fram rekursivt kan  $\theta$  i nuvarande sampel uttryckas som:

$$\theta[t] = \theta[t-1] + R^{-1}[t] \varphi[t] (y[t] - \varphi^T[t] \theta[t-1])$$

### 5.1.4 Algoritmval

Både LMS- och RLS-algoritmerna användes initialt vid simulering i Simulink, men då implementering i bil krävde en enkel och ej beräkningskrävande metod användes enbart LMS-algoritmen för modellering, validering och vid implementering i bil.



Figur 5.1: Förlustfunktion vid olika antal parametrar för ARX modell

## 5.2 Parameterval

Med samma data som användes för spektralskattningen för katalystorn skattades olika ARX-modeller med hjälp av matlabprogrammet Ident.

Då en liten modell skulle underlätta de matematiska beräkningarna i skattningsmetoderna valdes den minsta möjliga modell där förlustfunktionen inte ändrades markant för större modeller. Förlustfunktionen beräknas genom att för olika val av strukturparametrar minimera,

$$W(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \epsilon^2[t, \theta]$$

$$\epsilon[t, \theta] = y[t] - \varphi^T[t] \theta$$

I figur 5.1 ser man hur förlustfunktionen för olika val av parametrar ändras och även att ovan nämnda minima inträffar vid 4 par av parametrar. Det innebär att  $na = 3$  och  $nb = 1$  (från Ident), vilket resulterade i följande modell.

$$\lambda_t[t] = a_1 \lambda_t[t-1] + a_2 \lambda_t[t-2] + a_3 \lambda_t[t-3] + a_4 \lambda_f[t]$$

För  $nk$  krävdes det mer fysikaliskt tänkande. En enkel beskrivning av katalysatorn är att den kan liknas vid ett rör där en tvättsvamp stoppats in. Tvättsvampen suger upp vattnet som sprutas in i ena änden och

transporterar det genom sina porer till den andra sidan där det sipprar ut. Mer reglertekniskt kan man säga att i nuvarande sampel beror utsignalen på den insignal man hade för  $nk$  sampel sedan. Användandet av detta tankesätt för  $nk$  gav en modell för vidare undersökning,

$$\lambda_t[t] = a_1\lambda_t[t-1] + a_2\lambda_t[t-2] + a_3\lambda_t[t-3] + a_4\lambda_f[t-nk]$$

$$\varphi[t] = \begin{pmatrix} \lambda_t[t-1] \\ \lambda_t[t-2] \\ \lambda_t[t-3] \\ \lambda_f[t-nk] \end{pmatrix}, \theta = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

Då  $nk$  varierar under körning och ingen undersökning för beskrivning av den variationen gjordes, valdes en fast transportfördröjning på 4 sekunder. Ett liknande tillvägagångssätt har utförts i [1] där  $nk$  har valts konstant till fyra kontrollcykler.

### 5.3 Tillståndsbeskrivning

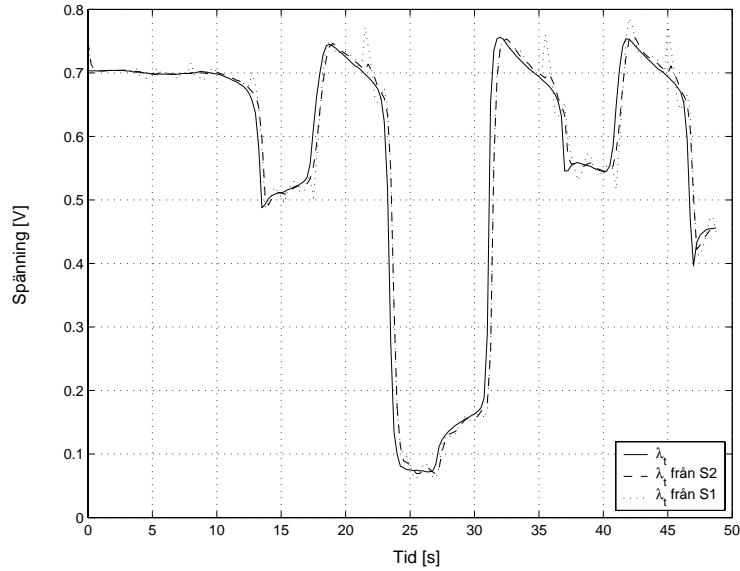
För att använda sig av mer avancerad reglerdesign än PID regulatorer krävs det ofta att man uttrycker sin modell eller överföringsfunktion på tillståndsform, det vill säga på formen:

$$\begin{aligned} X[t+1] &= \mathbf{A}X[t] + \mathbf{B}u[t] \\ Y &= \mathbf{C}X[t] + \mathbf{D}u[t] \end{aligned}$$

$X$  är här tillstånden i modellen,  $u$  är styrsignalen och  $Y$  är utsignalen. Vid undersökning av utsignalens utseende från tillståndsmodellen visade det sig att det var lämpligare att beskriva tillståndsmodellen med hjälp av en tidsfördröjning, så att utsignalen blev förskjutet ett sampel. Detta gav mycket mindre spikar i utsignalen, dock till priset av ett samples tidsförskjutning, som ses i S2. De två tillståndsmodellerna som har testats visas nedan, varav den senare är implementerad i bil.

Tillståndsmodell S1:

$$\begin{aligned} X_1[t] &= \lambda_t[t] \\ X_2[t] &= \lambda_t[t-1] \\ X_3[t] &= \lambda_t[t-2] \\ X_1[t+1] &= \lambda_t[t+1] = a_1X_1[t] + a_2X_2[t] + a_3X_3[t] + a_4\lambda_f[t-nk+1] \\ X_2[t+1] &= \lambda_t[t-1+1] = X_1[t] \\ X_3[t+1] &= \lambda_t[t-2+1] = X_2[t] \end{aligned}$$



Figur 5.2: Plot över utsignalerna från de båda tillståndsmodellerna och det verkliga  $\lambda_t$ .

Tillståndsmodell S2:

$$X_1[t] = \lambda_t[t - 1]$$

$$X_2[t] = \lambda_t[t - 2]$$

$$X_3[t] = \lambda_t[t - 3]$$

$$X_1[t + 1] = \lambda_t[t] = a_1 X_1[t] + a_2 X_2[t] + a_3 X_3[t] + a_4[t] \lambda_f[t - nk]$$

$$X_2[t + 1] = \lambda_t[t - 2 + 1] = X_1[t]$$

$$X_3[t + 1] = \lambda_t[t - 3 + 1] = X_2[t]$$

Detta gav utseendet på **A**, **B** och **C**. Ingen direktterm finns så **D** = 0.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = ( 1 \ 0 \ 0 )$$

I figur 5.2 ser man hur modell S1 ligger bättre med sampelmässigt men dock har stora spikar, något som S2 inte har men dock till priset av sampelförskjutning av utsignalen.

Att skriva om modellen på tillståndsform på ovanstående sätt och att dessutom inte mäta tillstånden  $X$  vid varje sampel ger en uppfatt-

ning om hur bra modellföljning modellen kan ge då systemet och tillståndsmodellen drivs av samma insignal  $\lambda_f$ . I och med att tillstånden inte mäts bör modellen ge samma utsignal som systemet om modellen är bra. Då ingen återkoppling från modellen (differens mellan modell- och systemutsignal) utförs är det ej självklart att tillståndsmodellen konvergerar mot  $\lambda_t$ , men nedan ges en möjlig förklaring till varför det hela fungerar.

### 5.3.1 Indirekt tillståndsåterkoppling

Systemvariablerna skattas i LMS-algoritmen enligt:

$$\theta[t] = \theta[t-1] + \mu\varphi[t] \underbrace{(\lambda_t[t] - \varphi[t]\theta[t-1])}_{\epsilon[t]} \quad (5.4)$$

Detta ger att till exempel  $a_1[t]$  har följande beskrivning i varje sampel:

$$a_1[t] = a_1[t-1] + \mu\lambda[t-1]\epsilon[t]$$

Systemvariablernas utseende kan utnyttjas för att skriva om tillståndsbeskrivningen som följer:

$$\begin{aligned} X_1[t+1] &= a_1[t]X_1[t] + a_2[t]X_2[t] + a_3[t]X_3[t] + a_4[t]\lambda_f[t-nk] = \\ &= \underbrace{a_1[t-1]X_1[t] + a_2[t-1]X_2[t] + a_3[t-1]X_3[t] + a_4[t]\lambda_f[t-nk]}_{\gamma[t]} + \\ &+ \mu\lambda[t-1]\epsilon[t]X_1[t] + \mu\lambda[t-2]\epsilon[t]X_2[t] + \mu\lambda[t-3]\epsilon[t]X_3[t] \end{aligned}$$

Hopsamling av  $X[t]$  och  $\lambda[t-1], \dots, \lambda[t-3]$  som vektorer ger ett koncist uttryck för  $X_1[t+1]$ .

$$X_1[t+1] = \gamma[t] + \mu\epsilon[t] \begin{pmatrix} X_1[t] \\ X_2[t] \\ X_3[t] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_t[t-1] \\ \lambda_t[t-2] \\ \lambda_t[t-3] \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

Då skattningarna av  $\lambda_t[t-k] : k = 1, \dots, 3$  är approximativt lika som de mätta  $\lambda_t[t-k]$ ,

$$X_1[t], \dots, X_3[t] \approx \lambda_t[t-1], \dots, \lambda_t[t-3]$$

kan  $X_1[t+1]$  beskrivas som uttrycken nedan.

$$X_1[t+1] \approx \gamma[t] + \mu\epsilon[t] \underbrace{(X_1[t]^2 + X_2[t]^2 + X_3[t]^2)}_{\beta[t]=|X|^2}$$

$$X_1[t+1] \approx \gamma[t] + \mu\epsilon[t]\beta[t] \quad (5.6)$$

Här motsvaras  $X_1[t+1] = \gamma[t] + \mu\epsilon[t]$  av uttrycket för en observatör enligt [5] och  $\beta$  är en viktning av tillstånden som gör steglängden variabel.

Om variablerna är skalade enligt:

$$K[t] = \frac{\mu\varphi[t]}{\alpha + |\varphi[t]|^2}$$

erhålls en ren observatör utan viktning av tillstånden då  $|\varphi[t]|^2 \approx \beta[t]$  och  $\alpha$  är ett mycket litet tal.

## 5.4 $\mu$ -parametern

För att bestämma hur mycket man skall ta hänsyn till skattningsfelet från LMS-algoritmen,

$$\varphi[t](y[t] - \varphi^T[t]\theta[t-1])$$

mellan varje sampel används  $\mu$ -parametern. Ett litet värde ger liten hänsyn till variationer, vilket är bra vid en brusig signal, men det kan resultera i ett stort fel i hänseende till utsignalföljning.

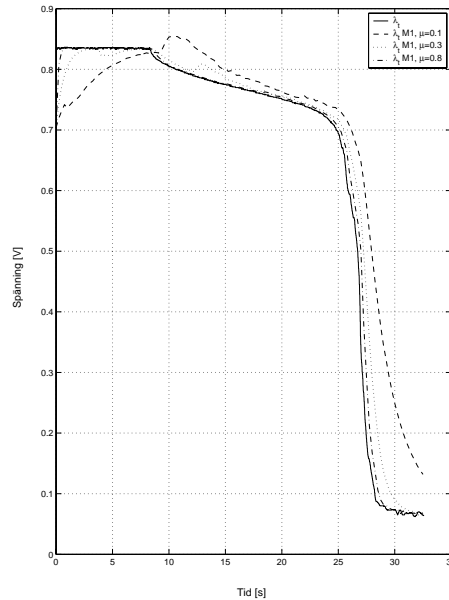
I figur 5.3 visas modellens (M1 i modellreduktionen) utsignal vid tre olika värden på  $\mu$  under samma steg. Här ser man tydligt hur dålig utsignalföljning modellen ger med lågt värde på  $\mu$ . Det stora felet i början av figurerna beror på att modellen har initierats på ett för lågt värde, men även där kan man se att modellen för högre  $\mu$  hittar snabbare till rätt nivå.

Ett användningsområde för ett lågt värde på  $\mu$  kan vara vid steady state körning, då man får en jämnare utsignal om  $\lambda_f$  och  $\lambda_t$  brusar kring en konstant nivå.

## 5.5 Användande av adaptiviteten

Det adaptiva användandet kan delas in i två kategorier, kontinuerlig modellskattning och prediktion. Som ovan nämnts är katalysatorn ett sånt komplext system att en statisk modell inte är tillräcklig. Den kontinuerliga modellskattningen används då dels för att fånga de dynamiska ändringarna av systemet under en körning och dels för att ändra systemets dynamik under en lång tidsperiod på grund av åldrandet.

Adaptiviteten i prediktionen följer direkt av att modellen i sig är adaptiv så att tillståndsmatrisen ändrar sig vid behov.



Figur 5.3: M1's utsignal under samma steg för tre olika  $\mu$ -val. Högre värden på  $\mu$  ger bättre följdning.

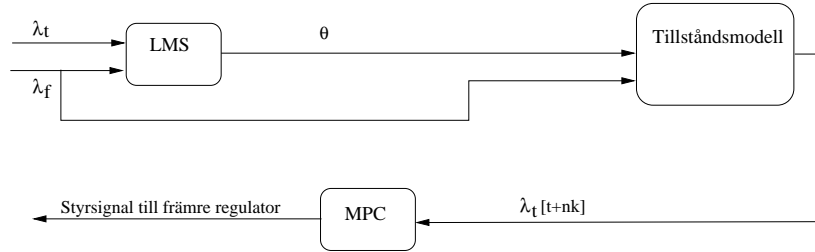
### 5.5.1 Kontinuerlig modellskattning

Vid varje sampel mäts bakre och främre lambdagivares signal, det vill säga  $\lambda_t$  och  $\lambda_f$ . LMS-algoritmen skattar lämpliga modellparametrar och skickar dessa vidare för tillståndsrepresentation där en prediktion av  $\lambda_t[t + nk]$  utförs.

### 5.5.2 Prediktion

Som nämnts i systemanalysen ger den variabla transportfördröjningen att systemet är svårt att reglera. I princip gör den att en för stor (eller för liten) styrsignals inverkan på  $\lambda_t$  vid tiden T inte märks förrän om  $k$  sampel och först då kan reglering på den styrsignalen påbörjas.

En idé för att lösa transportfördröjningsproblemet var att från tillståndsbeskrivningen vid nuvarande sampel prediktera fram  $nk$  sampel för att se vilken effekt styrsignalen kom att ge. Detta skulle innebära att man direkt vid användandet av en viss styrsignal kan börja reglera systemet på de inverkningsar den ger innan dessa ens har gett sig tillkänna i  $\lambda_t$ .



Figur 5.4: Flödesschema över modell- och reglerdesignen

Prediktionen går till på följande sätt. Vid varje sampel fås  $X$ :s värde vid nästa sampel genom tillståndsbeskrivningen, vidare ges  $X$ :s värde vid tidpunkten  $t + 2$  som:

$$\begin{aligned}
 X[t + 2] &= AX[t + 1] + Bu[t - nk + 1] \\
 &= A(AX[t] + Bu[t - nk]) + Bu[t - nk + 1] \\
 &= A^2X[t] + ABu[t - nk] + Bu[t - nk + 1]
 \end{aligned}$$

Detta kan man utnyttja för att visa vad  $X[t + k]$  blir:

$$X[t + k] = A^k X[t] + A^{(k-1)} Bu[t - nk] + \dots + Bu[t - nk + (k - 1)]$$

Då  $Y$  fås genom  $Y = CX$  kan utsignalen om  $k$  sampel predikteras genom:

$$Y[t + k] = CA^k X[t] + CA^{(k-1)} Bu[t - nk] + \dots + CBu[t - nk + (k - 1)] \quad (5.7)$$

## 5.6 Modellreduktion

Implementerings- och beräkningsmässigt eftersträvades en så enkel modell som möjligt. Då LMS-skattningen av  $\theta$  ger modellen ändrad dynamik, kan en modellreduktion vara möjlig och de olika modellerna som jämfördes var:

$$M1 = \{\lambda_t[t] = a_1 \lambda_t[t - 1] + a_2 \lambda_t[t - 2] + a_3 \lambda_t[t - 3] + a_4 \lambda_f[t - nk]\}$$

$$M2 = \{\lambda_t[t] = a_1 \lambda_t[t - 1] + a_2 \lambda_t[t - 2] + a_4 \lambda_f[t - nk]\}$$

$$M3 = \{\lambda_t[t] = a_1 \lambda_t[t - 1] + a_4 \lambda_f[t - nk]\}$$



### 5.6.1 Stabilitet

För att modellen skall vara lämplig för reglering ska den vara stabil, vilket den är om alla egenvärden till  $A$ -matrisen befinner sig inom enhetscirkeln. De tre olika modellernas egenvärden beräknades från en mängd olika körfall, se tabell i kapitel 7.

Alla tre modellerna visade sig bli stabila. I figur A.1 och A.2 visas polerna för modell M1 och M2 under steg vid körning med ett motorvarvtal på 3000 rpm och ett massflöde på  $150 \frac{m\dot{q}}{c}$ .

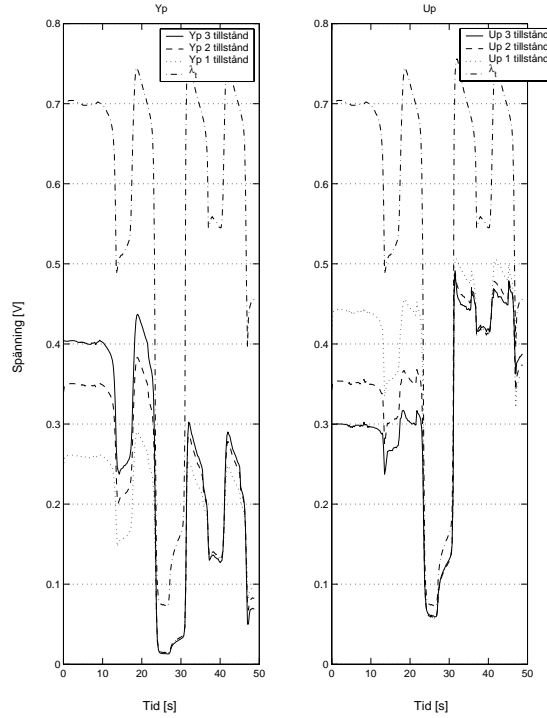
Värt att notera är att modell M1 har poler som ligger närmare enhetscirkeln än lägre modellordningar. Man ser här också att den adaptiva skattningen av systemet gör att polerna flyttar sig ganska mycket under hela körcykeln, vilket kan utgöra ett problem vid reglerdesign då överföringsfunktionen kan ha olika förstärkningar vid olika tidpunkter.

### 5.6.2 Modellutsignal och parameterskattning

För att modellen skall vara användbar måste den naturligtvis ge bra överensstämmelse med det verkliga  $\lambda_t$  vid simulering. I figur A.3, A.4 och A.5 ser man hur de olika parametrarna skattas, modellutsignal och fel mellan verklig och skattad utsignal under samma simulering för de tre olika modellerna. Utsignalen som plottas är från tillståndsmodellen. Mätdata är hämtade från bil i chassidynamometer under körning med ett motorvarvtal på 3000 rpm och ett luftmassflöde på  $150 \frac{m\dot{q}}{c}$ .

Man kan se i figur A.3, A.4 och A.5 att alla tre modellerna ger en mycket bra utsignalföljning. Parametern  $a_1$  blir större ju färre tillstånd som använts, vilket medför att det senaste mätvärdet av  $\lambda_t$  får större betydelse. Till exempel är skillnaden mellan  $a_1$  för modell M1 och M3 under simuleringen ungefär 0.1. Variablerna  $a_2$  och  $a_3$  för modell M1 är ganska små och ligger under slutfasen av körningen nära noll, vilket indikerar att något eller båda tillstånden är överflödiga.

Systemvariablerna varierar mycket mellan olika sampel (vid transienter) men för högre modellordning blir variationen mindre vilket är bra vid en regulatordesign. Man kan också se i plottarna att  $a_4$  får större inverkan vid färre tillstånd, så en tänkt modellreduktion måste ses i ljuset av större insignalberoende.



Figur 5.5:  $Y_p, U_p$  och den verkliga  $\lambda_t$  från stegkörning med motorvarvtal på 3000 rpm och ett massflöde på  $150 \frac{mg}{c}$ .

Denna inverkan kan man se i figur 5.5. Här har modellerna delats upp i två delsummer enligt:

$$Y_p = \sum_{i=1}^n a_i X_i : n = 1, 2, 3 (\text{modellberoende})$$

$$U_p = a_4 \lambda_f [t - nk]$$

$$\lambda_t [t] = Y_p + U_p$$

I figuren ser man tydligt hur  $U_p$  växer vid mindre modeller. En intressant iakttagelse är att vid och efter djupa transienter tar  $U_p$  över summeringen och alla tre modellerna har ungefär lika  $Y_p$ . Orsaken till detta är att  $\lambda_t [t - k] : k = 1, \dots, 3$  är så litet att addering enligt (5.2) inte ger stora bidrag till  $\theta$  medan  $\lambda_f (t - nk)$  håller en konstant nivå kring  $\lambda_f = 1$ .

### 5.6.3 Bodediagram och filterfunktioner

Alla modellerna kommer att ge olika överföringsfunktioner gentemot varandra i en körning. Detta beror på att modellreduktionen gör att de får olika gradtal. Enligt (5.1) är överföringsfunktionen för modellerna,

$$H[z] = \frac{a_4 z^{n_k}}{1 - \sum_{i=1}^n a_i z^i} : n = 1, 2, 3(\text{modellberoende}) \quad (5.8)$$

då  $q^{-1} = z$ . Frågan om hur modellstorlek påverkar överföringsfunktionen undersöktes. Detta kan studeras genom att titta på en bodeplot för modellen under en körning. I och med att modellerna är adaptiva kommer överföringsfunktionen att variera sampel för sampel, enligt resonemang ovan, vilket kan göra reglerdesignen svårare. I figur 5.6 ser man  $|H[z]|$  vid fyra olika tidpunkter under samma körning som ovan och man kan tydligt se hur olika förstärkningen är vid olika sampel, men det principiella utseendet är dock lika för alla sampel.

I figur 5.7 visas all tre modellernas  $|H[z]|$  vid  $t=10s$ . Här ser man tydligt hur mycket modellordningen påverkar utsendet på överföringsfunktionen. Högre modellordning ger brantare dämpning vid högre frekvenser, men ett rippel erhålls i spärrbandet. Att  $|H[z]|$  är mycket dämpad även i passbandet beror på att  $a_4$  alltid skattas till ett värde under ett för alla modeller.

I och med att modellen är adaptiv fungerar inte brusundertryckning med hjälp av modellen bra. Det beror på att modellen ställer in sig efter vilket brus som kommer in på  $\lambda_t$  och  $\lambda_f$  och skattar systemvariablerna ifrån de värdena. Detta kan ses i figur A.6 där högfrekvent vitt brus har överlagrats på  $\lambda_t$ , men trots att bodediagramet i figur 5.6 visar på att bruset helt bör dämpas sker ingen dämpning av bruset då modellen adapterar sig efter bruset eftersom  $\mu$ -värdet är så högt (0.8) att systemparametrarna ändras mycket.

Detta är en stor nackdel med modellen då det är nödvändigt att det finns bra mätsignaler från givarna tillgängliga. För att komma från störningsproblemet kan ett lågpasfilter implementeras för att filtrera både  $\lambda_t$  och  $\lambda_f$ , så att inga felaktiga mätvärden samplas av modellen. Det medför dock att tidsfördröjningen blir längre, då ett filter fasförskjuter signalen.

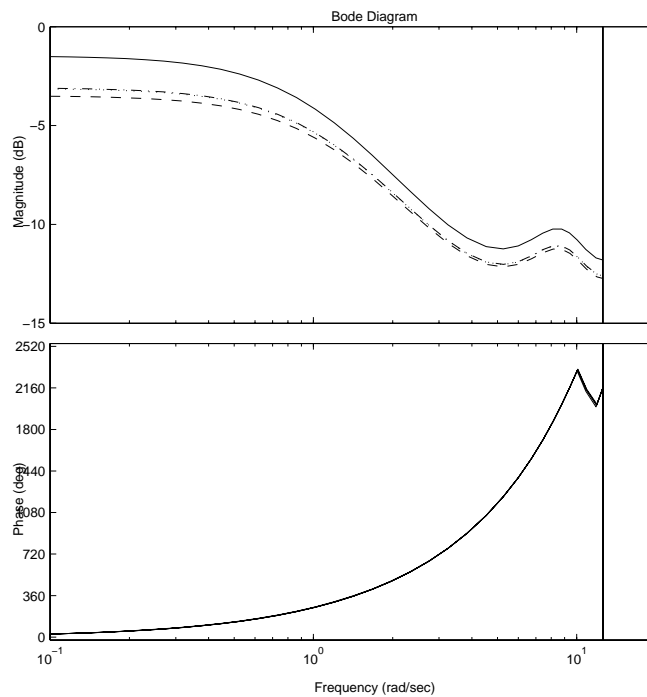
## 5.7 Transportfördröjningens inverkan på systemparametrar

Transportfördröjningen för olika varvtal och massflöde påverkar skattningen av systemparametrar. I figur A.7 visas systemparametrarna  $a_1 \dots a_4$  för tre olika  $nk$ -inställningar under samma körning.

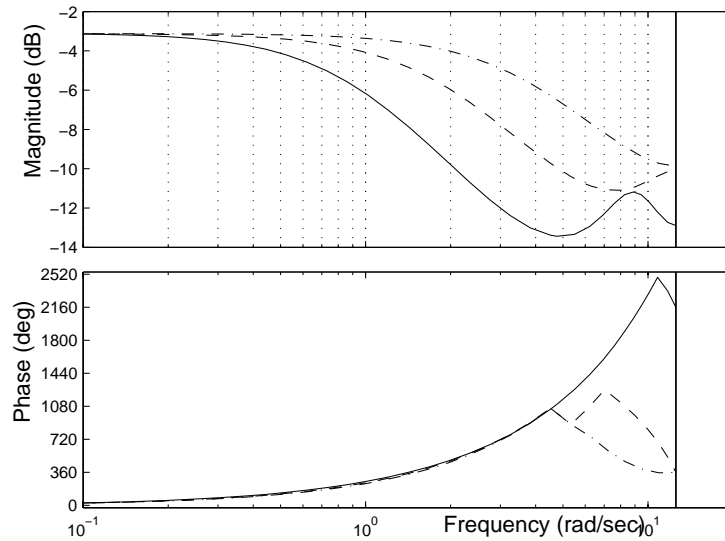
Något generellt beteende kan inte utläsas men tydligt är att parametrarna skattas olika för skilda inställningar.

## 5.8 Slutsatser

Med tanke på implementerings- och beräkningsmässigt arbete är det önskvärt att modellen är så liten som möjligt. Detta måste dock avvägas mot modellföljning och brusegenskaper. Modellerna är likvärdiga mo-



Figur 5.6:  $|H[z]|$  för modell M1 vid fyra olika tidpunkter under en körning. Här ses tydligt hur förstärkningen för systemet hela tiden ändras under drift.



Figur 5.7:  $|H[z]|$  för alla tre modeller vid  $t=10s$ . Heldragen- $|H[z]|$  3 tillstånd, Streckad- $|H[z]|$  2 tillstånd, Streckprickad- $|H[z]|$  1 tillstånd. Högre modellordning ger brantare och tidigare dämpning.

dellföljningsmässigt men vid brusundertryckning fungerar ingen av modellerna bra.

Som visas i figur 5.5 är det inte lämpligt att använda sig av M3, då stor del av beräkningen för utsignalen  $Yp + Up$ , kommer från den främre sensorn vilket kan ge stora fel vid brus på  $\lambda_f$ . Med modell M2 sprids utsignalen jämnt på  $Yp$  och  $Up$  vilket minskar riskerna för modellfel. Systemvariablerna varierade mycket mellan varje sampel, vilket uppkommer då steglängden är stor, men för högre modellordning varierade den mindre vilket är bra vid regulator design. Vid tidpunkt för denna undersökning var dock redan M1 implementerad i bilens styrlåda, då en fungerade modell var ett av syftena med rapporten.

Valet av  $\mu$ -parametern var ganska enkelt då en bra modellföljning var nödvändig och bäst modellföljning inträffade då  $\mu = 0.8$ , vilket är ett mycket högt värde. Som nämnts i analysen kan dock en vidareutveckling med olika värden på  $\mu$ -parametern beroende på körfall ge en bättre brusundertryckning.



# Kapitel 6

## Implementering

För att strukturera implementeringen av modellen gjordes först modellen i Matlab/Simulink. Därefter implementerades modellen i bilens styrlåda som C-kod.

### 6.1 Implementering i Simulink

För simulering av modellen byggdes flera simulinkmodeller för systemet i figur 4.1. I skattningsmetoderna och tillståndsbeskrivningen användes dels matlabfunktionblock som innehöll funktioner (LMS, RLS etc.) och senare även s-funktionsblock skrivna i C. Figur av simulinkmodeller finns i appendix c.

### 6.2 Implementering i C

För att använda modellen M1 i bil måste koden laddas ner i bilens styrlåda. Detta var ett stort problem och tog lång tid att lösa på grund av kompilatorn. Många olika sätt prövades för att få ned koden i bil, som exempel Targetlink. Det hela löstes genom att implementera matlabfunktionerna i C och sedan koppla dem till s-funktioner. Detta ledde till att den färdigskrivna koden både kunde användas till simulering i simulink och i bilens styrlåda.

Bilens styrlåda satte hårda begränsningar på modellen, då matrisberäkningar inte stödjdes i den och hela modellen och den tänkta regleringen grundar sig på matrisberäkningar. Modellen kunde dock implementeras i C då matrisberäkningarna fick utföras elementvis med hjälp av iteration. Den tänkta reglerdesignen, MPC, krävde emellertid för mycket arbete implementeringsmässigt sett för att vara rimlig inom detta examensarbete.

Mycket tid lades ned på att få C-koden kompilerad i bil, då kompilatorn för styrsystemet innehöll en mängd buggar, vilket försvårade arbetet mycket. Den färdigkompilerade koden innehöll slutligen LMS-algoritmen, tillståndsbeskrivningen och prediktions-algoritmen. LMS-algoritmen var enklare än RLS-algoritmen att implementera och använde mycket mindre beräkningskraft och därför användes endast den i bil.

### 6.3 Skillnader mellan implementationerna

Implementationen i Simulink var rättfram och enkel att konstruera. Matlabfunktionerna kunde lätt ändras och verifieras genom olika flaggor, något som inte kunde göras på ett smidigt sätt i C-kod. Den största skillnaden var dock matrishantering, något som är enkelt att göra i Matlab men var otympligt och krångligt i C-kod.

Simuleringsmässigt gav de båda implementationerna lika resultat, förutom vid prediktionsberäkningar då den predikterade signalen ofta låg kvar på en högre/lägre nivå efter en transient för C-kodsimplementationen.



## Kapitel 7

# Validering av modell

Figurer som hänvisas till ses i appendix B och modellen som används är M1 med tillståndsrepresentation S2 från kapitel 5.

För att modellen skall vara användbar måste den klara av att fånga katalysatorns dynamik under alla körfall, det vill säga körning med olika massflöde och varvtal. För att testa detta gjordes flera mätningar i chassidynamometer och under körning på väg. De höga  $\lambda_f$  som ibland inträffar i plottarna beror på att bränsleavstängning (fuelcut) inträffar. Det innebär att styrsystemet stryper bränsletillförseln till motorn under motorbromsning. Den modellutsignal som visas är utsignalen från tillståndsmodellen.

### 7.1 Transientvalidering

Eftersom bäst omvandlingsgrad i katalysatorn nås då  $\lambda_t$  ligger mellan ca 0.5–0.7 V [1], bör utsignalen från modellen överensstämja väl inom detta intervall och speciellt måste transienter fångas bra för att en reglering utgående från modellen skall vara meningsfull. Problemet med katalysatorn är att det är väldigt svårt att ligga inom detta intervall, så valideringen av modellen innebar svårigheter att samla in data.

För att se hur bra transienter fångades genomfördes tre experiment. I alla tre gjordes steg i  $\lambda_f$  för att sänka eller höja  $\lambda_t$ . Det första experimentet gjordes på tomgång med ett massflöde av luft på  $130 \frac{m}{c}$  och motorvarvtal på ca 900 rpm och utseendet på utsignalen kan ses i figur B.1. Här ser man att modellutsignalen följer  $\lambda_t$  förutom samplförskjutningen som förmodligen inte spelar någon roll för reglering, då förskjutningen är liten i förhållande till systemets dynamik.

Det andra gjordes vid körning på landsväg, se figur B.2. Även här är överensstämmelsen mycket god, utom under de sista tiotal sekunderna, vilket beror på att något fel på överföringen inträffade.

Det tredje gjordes i en chassidynamometer för att mer fullständigt testa modellen. Här valdes en mängd arbetspunkter så att så många olika fall av varvtal och luftmassflöde kunde testas. De olika utsignalerna kan ses i appendix B, där de plottas enligt tabell nedan.

Motorvarvtal rpm	Massflödeluft $\frac{mg}{c}$		
	150	250	500
1000	X	X	
2000	X		X
3000	X	X	X
4000	X	X	X
4000	X	X	X

I dessa arbetspunkter gjordes flera steg för att testa modellföljningen vid transienter. Här kan man tydligt se hur svårt det är att få  $\lambda_t$  att ligga inom önskat intervall, speciellt på låga varvtal och lågt massflöde. Just vid dessa körfall blir transportfördröjningen lång och däri ligger kanske den största svårigheten att reglera systemet.

I figurerna visas att modellen klarar av att följa  $\lambda_t$  bra i alla arbetspunkter. En nackdel är som tidigare nämnts den tidsförskjutning som tillståndsmodell S2 ger upphov till. Modellen testades också under körning i trafik och i figur B.3 visas utsignalen från modellen,  $\lambda_f$  och  $\lambda_t$  under fri körning.

## 7.2 Prediktion

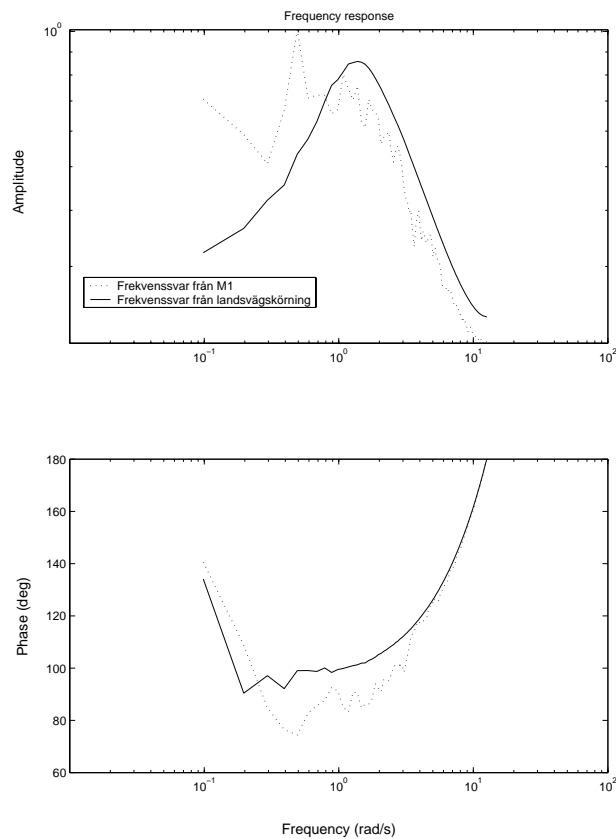
För att reglerdesignen skall vara möjlig måste prediktionskraften i modellen vara god, helst minst systemets dödtid. För att testa den implementerades prediktionen enligt (5.7) och i figur B.6, B.7 och B.8 visas resultatet från prediktionen fyra sekunder framåt vid konstant varvtal på 1000, 3000 och 5000 rpm.

Här ser man att prediktionen fungerar hjälpligt, men endast ca 1 sekunds prediktion utförs i praktiken. Detta beror på att modellen, till skillnad från systemet, är linjär och endast en lokal anpassning görs då  $\mu$  har ett högt värde. Då prediktionen endast fungerar vid en kort prediktionshorisont är det lämpligt att ändra prediktionen till ca 1 sekund, vilket bör ge en bättre prediktion inom det intervallet.

## 7.3 Frekvenssvar

Vid spektralanalysen visades att katalysatorn uppvisar ett låg/bandpassbeteende. Den adaptiva modellen M1 bör då vid samma mätdata uppvisa så lika som möjligt frekvenssvar som den verkliga katalysatorn. I figur 7.1 visas katalysatorns och modellens frekvenssvar vid samma mätdata.

Det visar sig här att den adaptiva skattningen av systemparametrarna i ARX modellen gör att frekvenssvaren blir lika.



Figur 7.1: Frekvenssvar från mätdata och modell M1 vid steg i  $\lambda_t$  under körning på landsväg. Frekvenssvaren blir relativt lika då den adaptiva modellen används.

## 7.4 Slutsatser

Modellföljningen vid transientexperimenten var god och modellen fungerar väl i det hänseendet. Prediktionen var mindre lyckad och bara ca 1 sekunds prediktion utfördes i praktiken. Dock visar resultat från [1] att så kort prediktionshorisont räcker för god reglering. Det data som har använts är också orealistiska körfall då  $\lambda_t$  läts bottna i övre och undre läget hela tiden, vilket gör att dynamiken för givarna hela tiden kom in i sitt olinjära område. Vid en väl fungerande regulator bör  $\lambda_t$  inte hamna utanför intervallet 0.5-0.7 volt vilket medför att prediktionen kan fungera bättre.

Den adaptiva skattningen av systemvariablerna medför att frekvenssvaret för modellen överensstämmer väl med systemets frekvenssvar.

## Kapitel 8

# Modifiering av insignal

För att försöka lösa problemet med summeringen av  $Yp$  och  $Up$  där  $Up$  tar överhanden efter en djup transient, transportfördröjningen och prediktionen testades en modifierad insignal  $\lambda_f$ .

I figur B.6 visas prediktionen av  $\lambda_t$  fyra sekunder framåt. Där ser man att förutom att prediktionen inte sker så lång tid som är önskvärt, utan att den också ibland går åt fel håll. Detta kan man se när  $\lambda_f$  blir över 1 dvs man kör magert. Då skall  $\lambda_t$  egentligen gå ner, men modellen fångar inte det beteendet tillräckligt snabbt. Detta beror på att  $\lambda_f$  svänger kring 1 vilket ger att  $Up$  aldrig blir negativ. En lösning på det är att använda sig av nedanstående insignal:

$$\hat{\lambda}_t = 1 - \lambda_t \quad (8.1)$$

Denna modifiering av insignalen gör att vid ett magert steg,  $\lambda_t > 1$ , blir insignalen negativ och tvärt om vid ett fett steg. Detta skulle kunna ge en bättre prediktion som inte uppvisar fenomenet att gå åt fel håll vid steg i  $\lambda_f$ . I figur 8.1 visas prediktionen 4 sekunder för modell M1 och modellvariablerna  $a_1$  och  $a_4$  vid mätdata från tre olika mätpunkter från tabell i kapitel 7. Modellvariablerna visas i de tre första plottarna och där med fast luftmassflöde  $250 \frac{mg}{c}$  och stigande varvtal enligt 1000, 3000 och 5000 rpm. De tre efterföljande plottarna visar prediktionen (streckprickad) och  $\lambda_t$  och följer samma mätpunkter som för modellvariablerna

Här syns att prediktionen nu fungerar bättre, dessutom blir prediktionen något längre än med en omodifierad insignal. Prediktionssignalen är här mättad då modellen fortfarande inte klarar av att modellera systemets olinjäritet som härstammar från HEGO-sondens dynamik.

Då transportfördröjningen bland annat beror av luftmassflödet, [3], undersöktes om insignalen kunde fånga den karakteristiken genom att skala  $\hat{\lambda}_t$  med  $maf$ . Båda modifieringarna sammantaget ger den nya insignalen enligt:

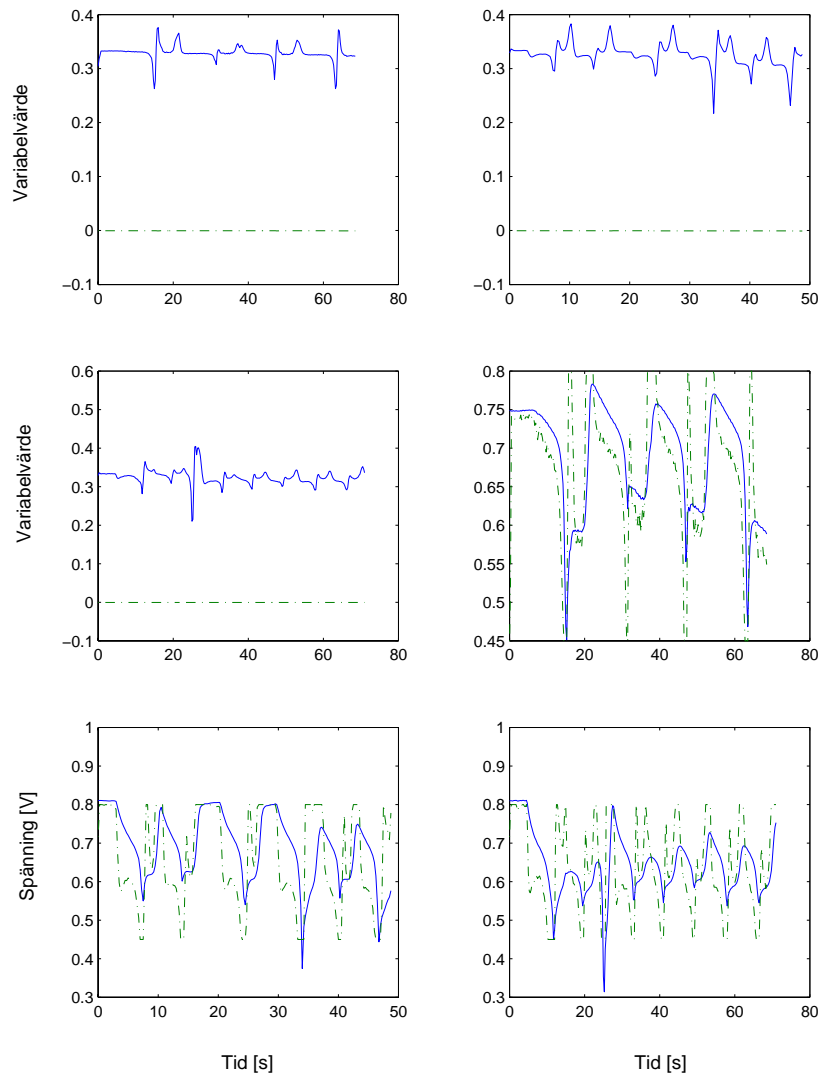
$$\hat{\lambda}_t = (1 - \lambda_t)maf \quad (8.2)$$

Denna insignal testas i samma arbetspunkter som ovan. I figur 8.2 visas samma variabler och som i figur 8.1, här har dock insignalen enligt (8.2) använts. Mätpunkterna är de samma som för figur 8.1. Här visas att prediktionen endast fungerar för låga varvtal. För högre varvtal än ca 1000 rpm blir den i princip värdelös, vilket förmodligen beror på att samplingsfrekvensen är för låg och brusigt luftmassflöde.

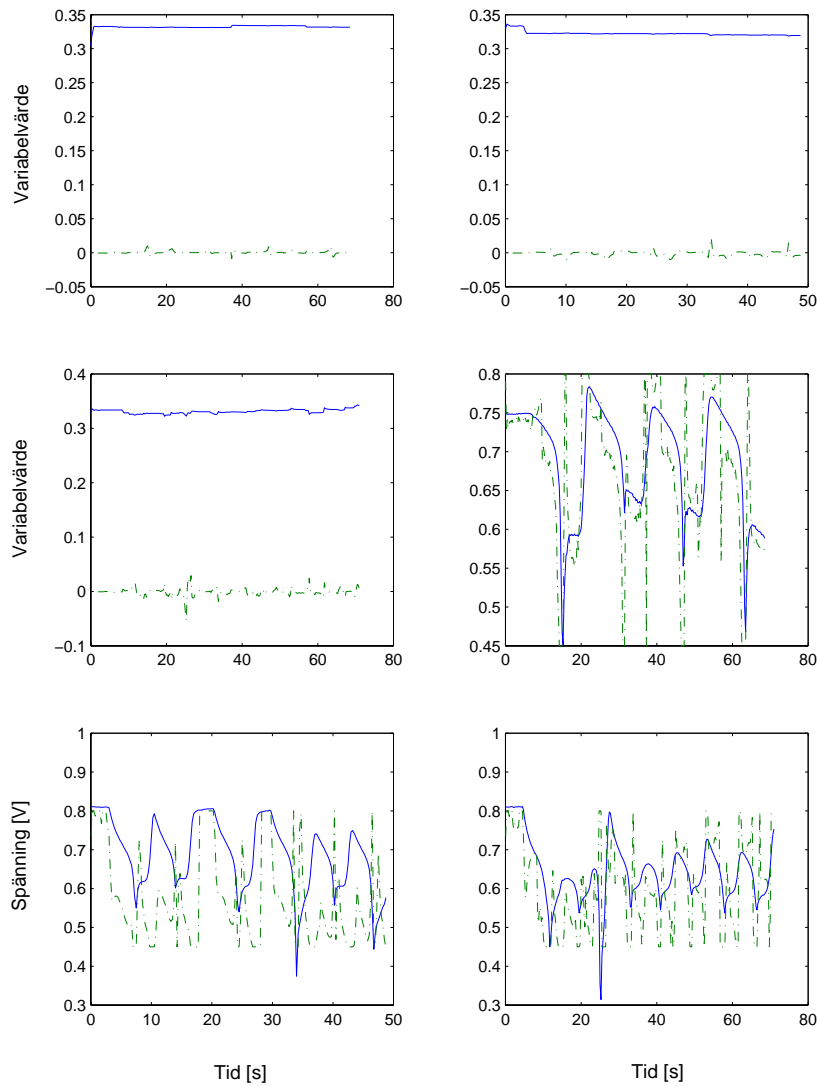
## 8.1 Slutsatser

Prediktionen fungerar här bättre i det hänseendet att den inte går åt fel håll vid steg i  $\lambda_f$ . Den får dock kraftiga spikar när ett steg kommer då  $\lambda_t$  har bottnat. Detta problem bör dock inte uppkomma med en fungerande regulator då  $\lambda_t$  inte skall tillåtas att bottna.

Modellevariablerna  $a1 \dots a4$  varierar ungefär lika mycket för den omodifierade insignalen och med den modifierade enligt (8.1). Detta medför att reglering med LQG i kan vara svår att genomföra, då straffmatriserna måste ställas in för en mängd olika fall. För en insignal enligt (8.2) fås konstanta systemvariabler men prediktionen fungerar inte för höga varvtal. Detta innebär att en syntes av de båda insignalerna kan göras då en regulator för låga varvtal kan använda sig av en modell med insignal som ges av (8.2) och en regulator för övriga fall som använder en modell med insignal som ges av (8.1).



Figur 8.1: Plot av  $a_1$ ,  $a_4$  (de tre översta figurerna) och prediktion från M1 vid 3 olika körfall med insignal enligt (8.1). Prediktionen är begränsad och ger en prediktion på ca 1 s.



Figur 8.2: Plot av  $a_1$ ,  $a_4$  (de tre översta figurerna) och prediktion från M1 vid 3 olika körfall med insignal enligt (8.2). Prediktionen är begränsad och ger en prediktion på ca 1 s.



## Kapitel 9

# Resultat och slutsatser

Arbetet med att modellera katalysatorsystemet som en linjär ARX-modell där systemparametrarna skattas adaptivt varje sampel fungerar väl i modellföljningshänseende, då  $\mu$  väljs tillräckligt stort (0.8). Modellstorleken (antalet strukturvariabler) påverkar för variabelvariation och beräkningsresurser medför att en ARX-modell med två tillstånd bör implementeras och användas istället för den nuvarande implementationen med tre tillstånd.

Modellens adaptivitet medför att åldringsproblemet kan bli eliminerat då skattningen av systemvariablerna fångar den dynamiken, dock är det ej verifierat med experiment på åldrade katalysatorer.

En modifiering av insignalen enligt (8.2), det vill säga  $\hat{\lambda}_t = (1 - \lambda_t)maf$ , medför att en reglerdesign för låga varvtal kan bli väldigt bra.

Modellen fungerar på det hela taget väl enligt syftet med den, då prediktionshorisonten av  $\lambda_t$  bara behöver vara ca 1 sekund. Dock är en nackdel med modellen att den är mycket störningskänslig, på grund av det höga  $\mu$ -värdet.

### 9.1 Tänkbara utvidgningar

Några förslag på tänkbara utvidgningar av arbetet är:

- Temperaturberoende

HEGO-sondens- och katalysatorns temperaturberoende har inte behandlats i detta arbete. En vidare undersökning av denna ger väl definierade arbetsområden och saturationsnivåer för prediktionen.

- Reglerdesign

En regulator måste implementeras och med den modifierade insignalen finns det många olika designer att undersöka (MPC, LQG med flera). I första hand bör prediktionsregulatorer implementeras, men även icke prediktionsbaserade regulatorer kan visa stora fördelar gentemot en vanlig PID regulator.

- Tankmodell och transportfördröjning

För simulering kan en fysikalisk modell vara lämplig. En modell av katalysatorn som illustrerar syrelagringsförmågan enligt en tankmodell kan ge ett värdefullt simuleringsverktyg. Ett samband för hur transportfördröjningen varierar med varvtal och luftmassflöde ger bättre kunskap om nödvändig prediktionshorisont. Detta kan ge viktig information om hur C-implementationen kan förbättras och effektiviseras.

- Diagnos

Denna rapport behandlar inte vad som kan utläsas ur systemvariablerna, men en grundlig undersökning kan ge information i diagnos-hänseendet då systemvariablerna kommer att skattas olika vid kända arbetspunkter om katalysatorn är sönder eller inte.

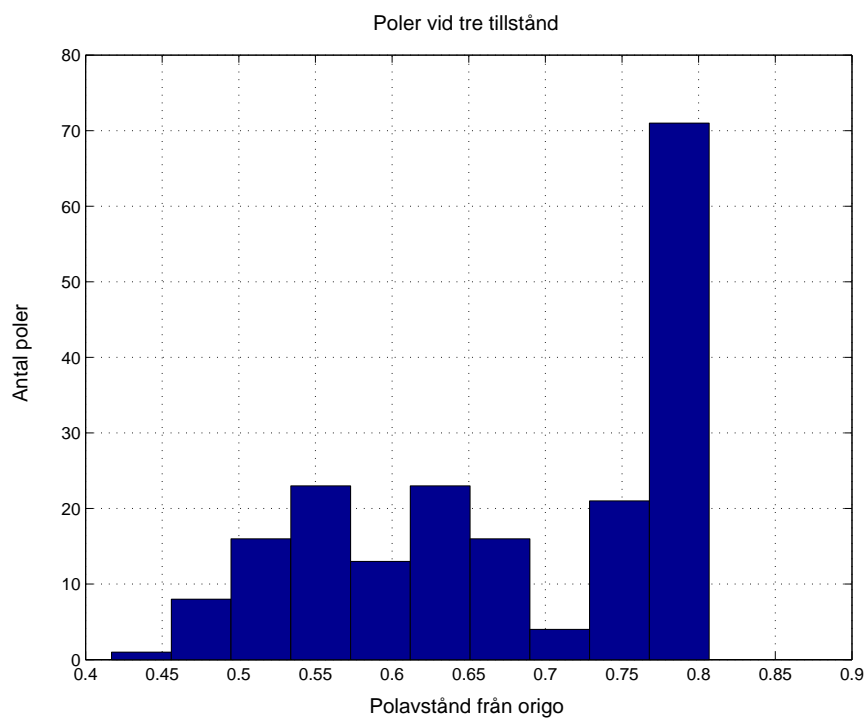
# Litteraturförteckning

- [1] Y. Yasui, S. Akazaki, M. Ueno, and Y. Iwaki. Secondary O<sub>2</sub> feedback using prediction and identification type sliding mode control. *SAE technical paper series*, (2000-01-0936), 2000.
- [2] P. Brandt, Y. Wang, and W. Grizzle. Dynamic modeling of a three-way catalyst for SI engine exhaust emission control. *IEEE Transactions on control systems technology*, 8(5):767–775, September 2000.
- [3] J. Peyton Jones, J. Roberts, J. Pan, and R. Jackson. Modelling the transient characteristics of a three-way catalyst. *SAE technical paper series*, (01-0460), 1999.
- [4] S. Gunnarsson, L. Ljung, T. Glad, T. McKelvey, and A. Stenman. *Digital styrning*. Linköpings universitet, Linköping, Sweden, 2000.
- [5] L. Ljung and T. Glad. *Reglerteori: Flervariabla och olinjära metoder*. Studentlitteratur, Lund, Sweden, 1997.
- [6] L. Ljung and T. Glad. *Modellbygge och simulering*. Studentlitteratur, Lund, Sweden, 1991.
- [7] F. Gustafsson, L. Ljung, and M. Millnert. *Signalbehandling*. Studentlitteratur, Lund, Sweden, 2001.

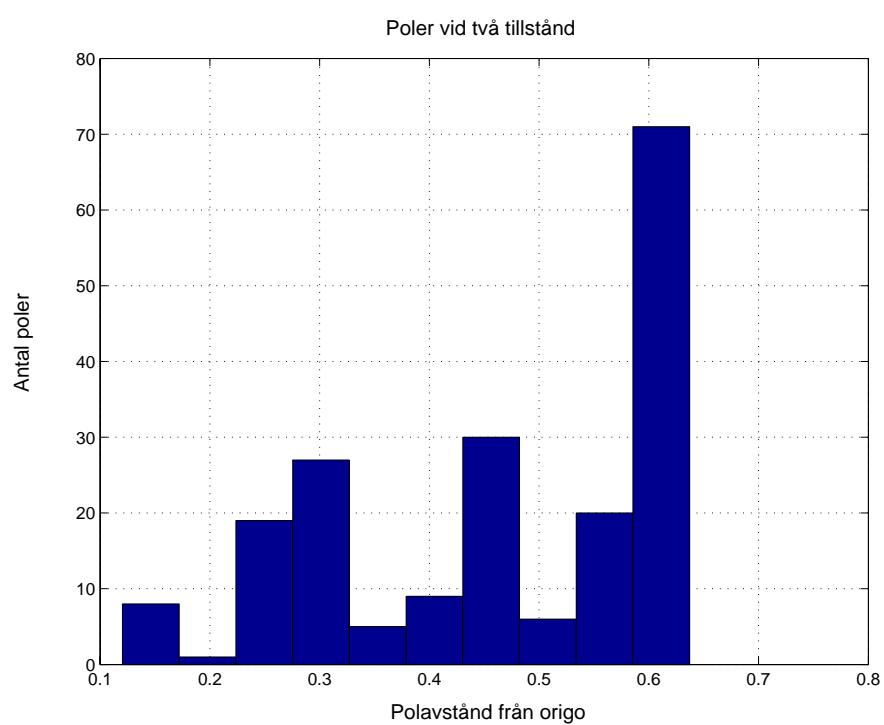


Bilaga A

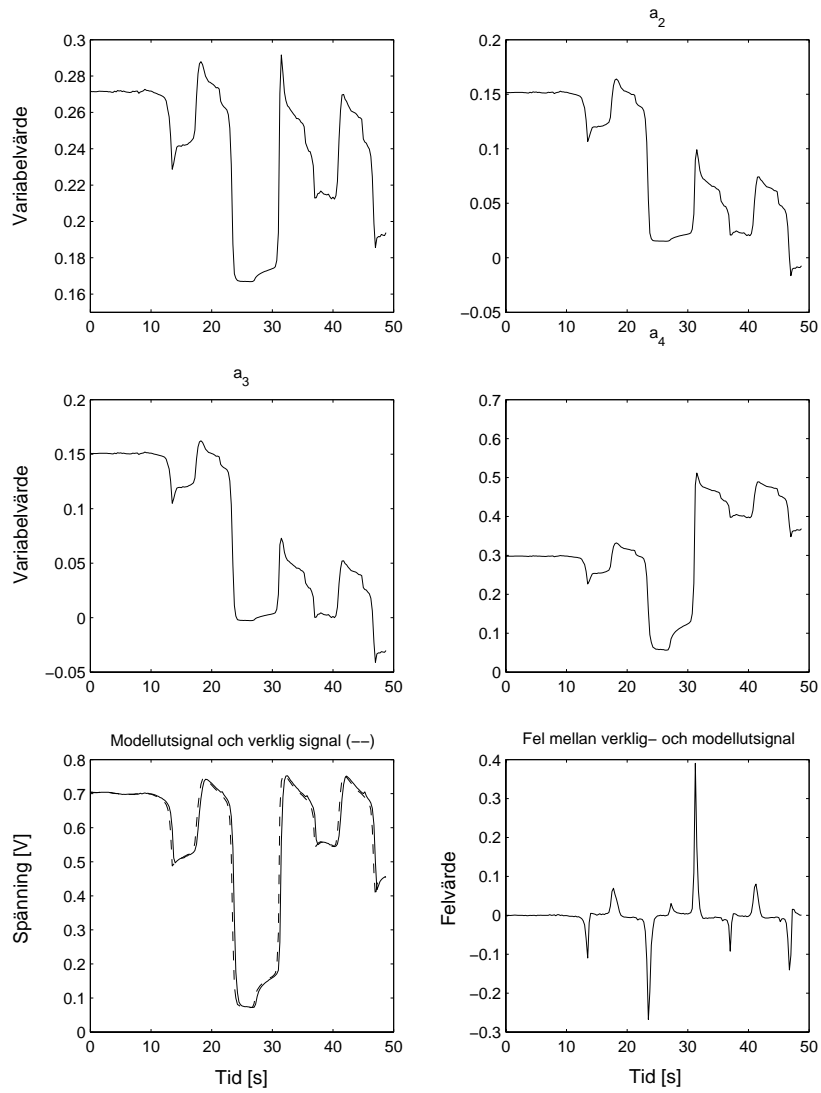
Modellplottar



Figur A.1: Histogram över polernas absolutbelopp för modell M1. Staplarna innehåller det antal (3 st i varje sampel) poler som under körningen har hamnat på ett visst avstånd från origo.

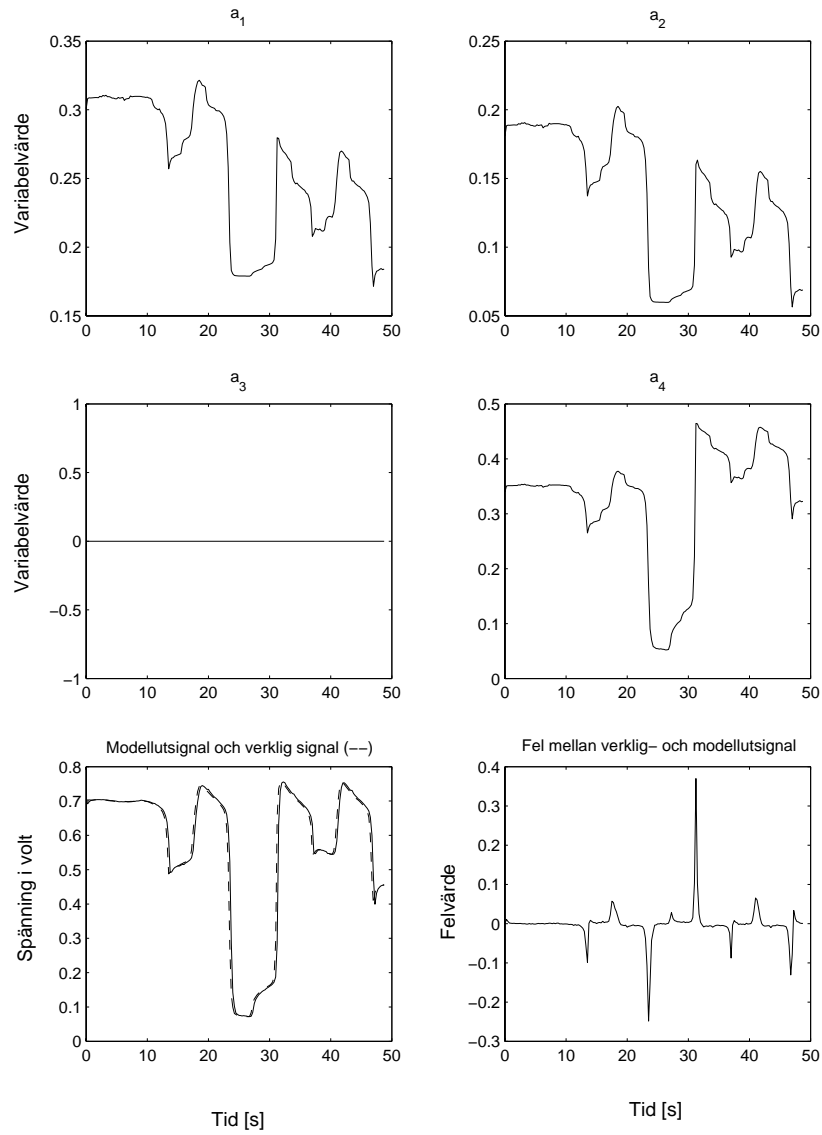


Figur A.2: Histogram över polernas absolutbelopp för modell M2. Staplarna innehåller det antal (2 st i varje sampel) poler som under körningen har hamnat på ett visst avstånd från origo.

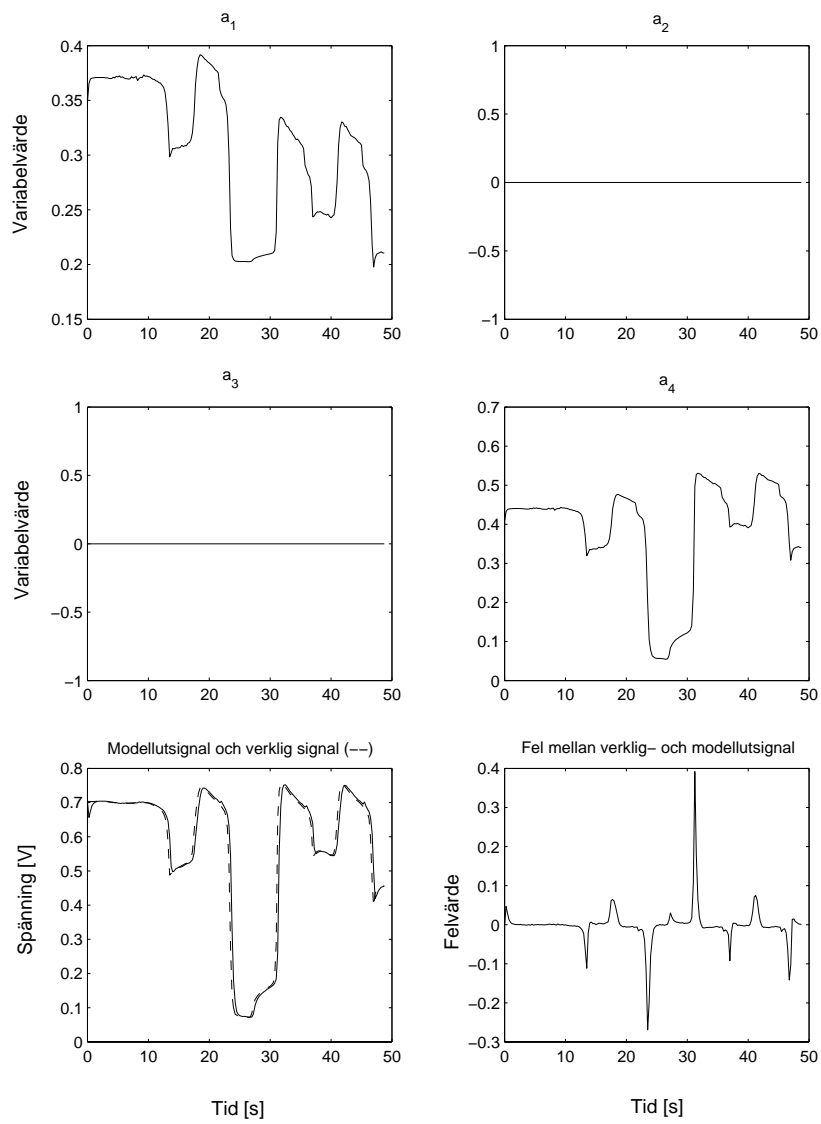


Figur A.3: Plot av modellparametrar, modellutsignal och utsignaldifferens för modell M1.

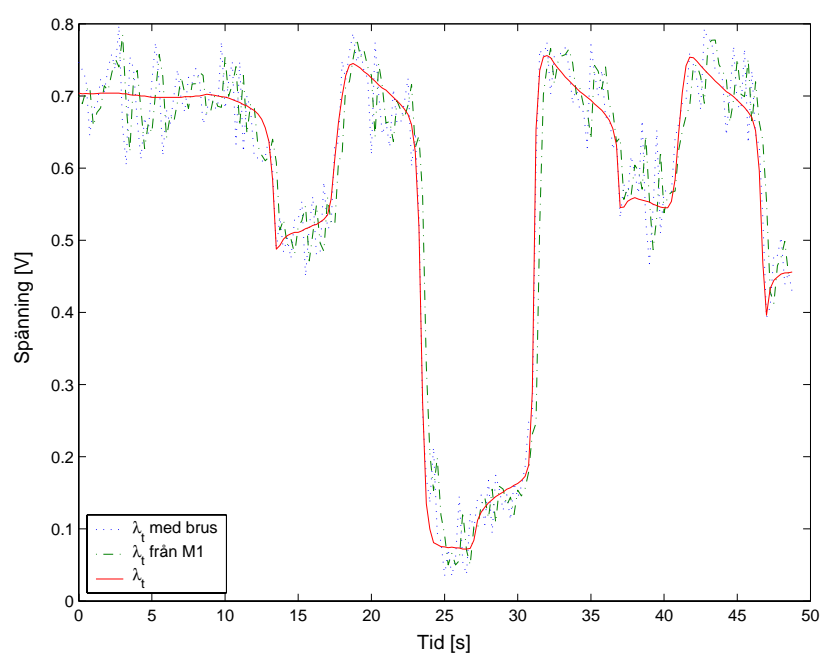




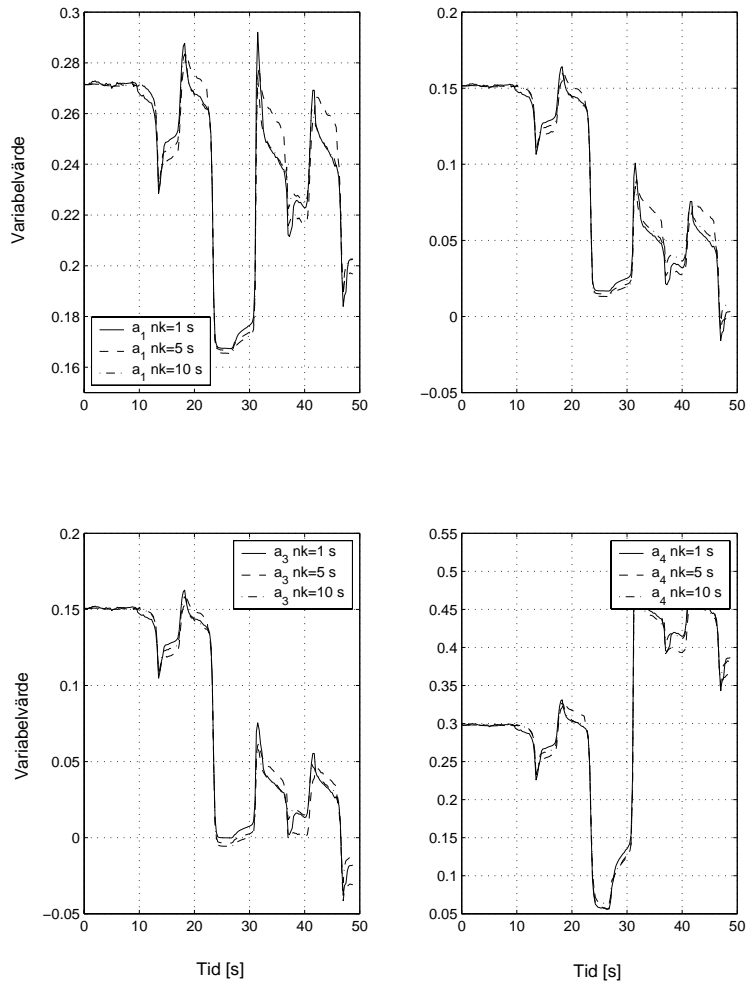
Figur A.4: Plot av modellparametrar, modellutsignal och utsignaldifferens för modell M2.



Figur A.5: Plot av modellparametrar, modellutsignal och utsignaldifferens för modell M3.



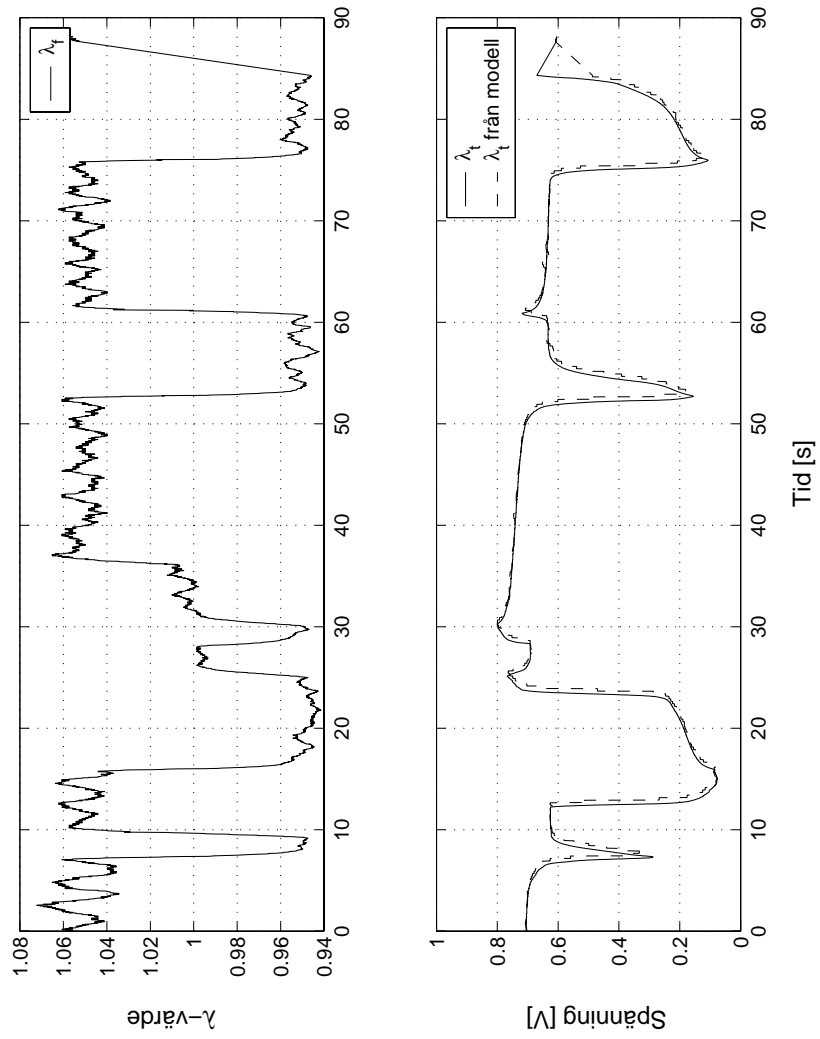
Figur A.6: Plot över verkligt  $\lambda_t$ , verkligt  $\lambda_t$  överlagrat med vitt brus och  $\lambda_t$  från M1. Modellutsignalen klarar inte av att dämpa bruset på grund av sin adaptivitet.



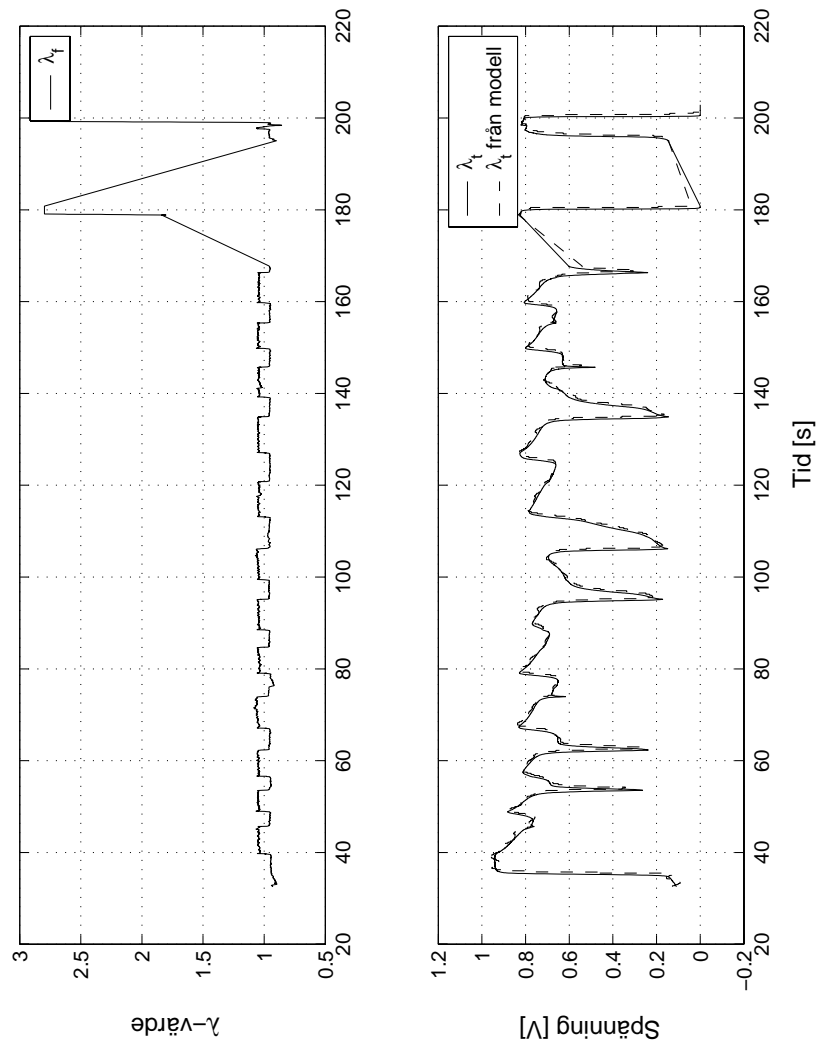
Figur A.7: Parametervariationer för  $a_1, \dots, a_4$  vid olika transportfördröjningar,  $nk$ , för M1. Parametern  $a_2$  plottas överst till höger.

**Bilaga B**

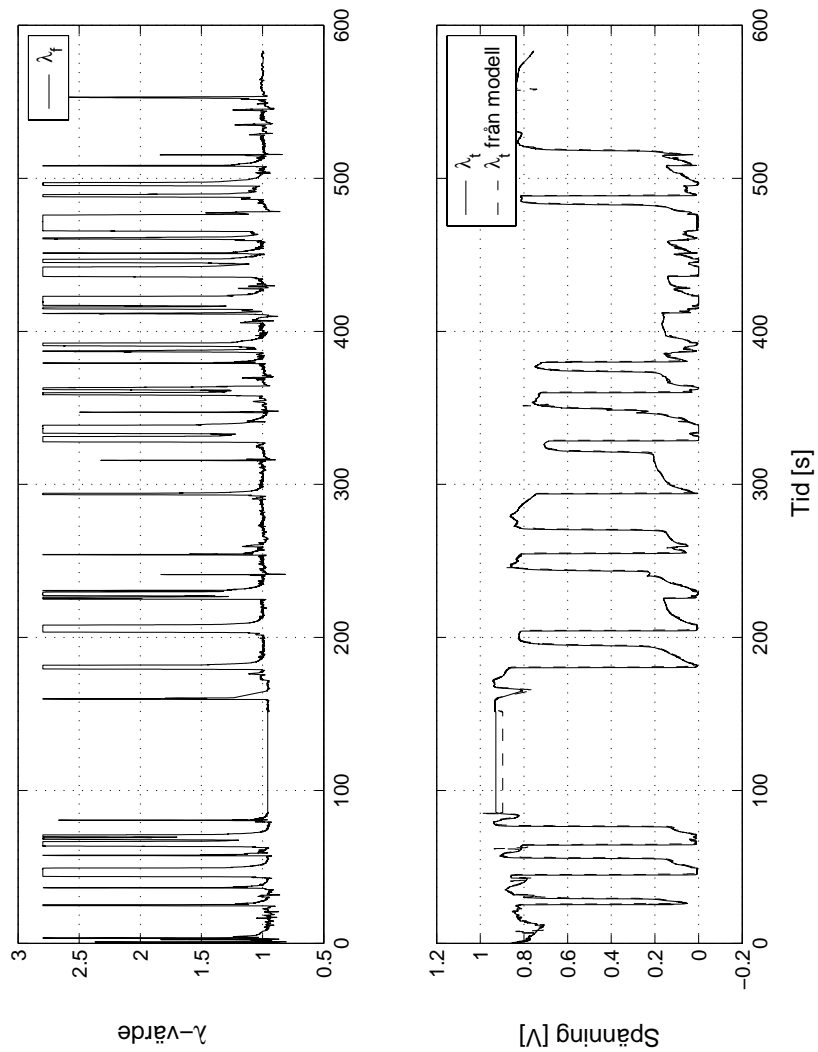
**Valideringsplottar**



Figur B.1: Steg med massflöde på  $130 \frac{mg}{c}$  och motorvarvtal på 900rpm.  
Modellutsignal - streckad

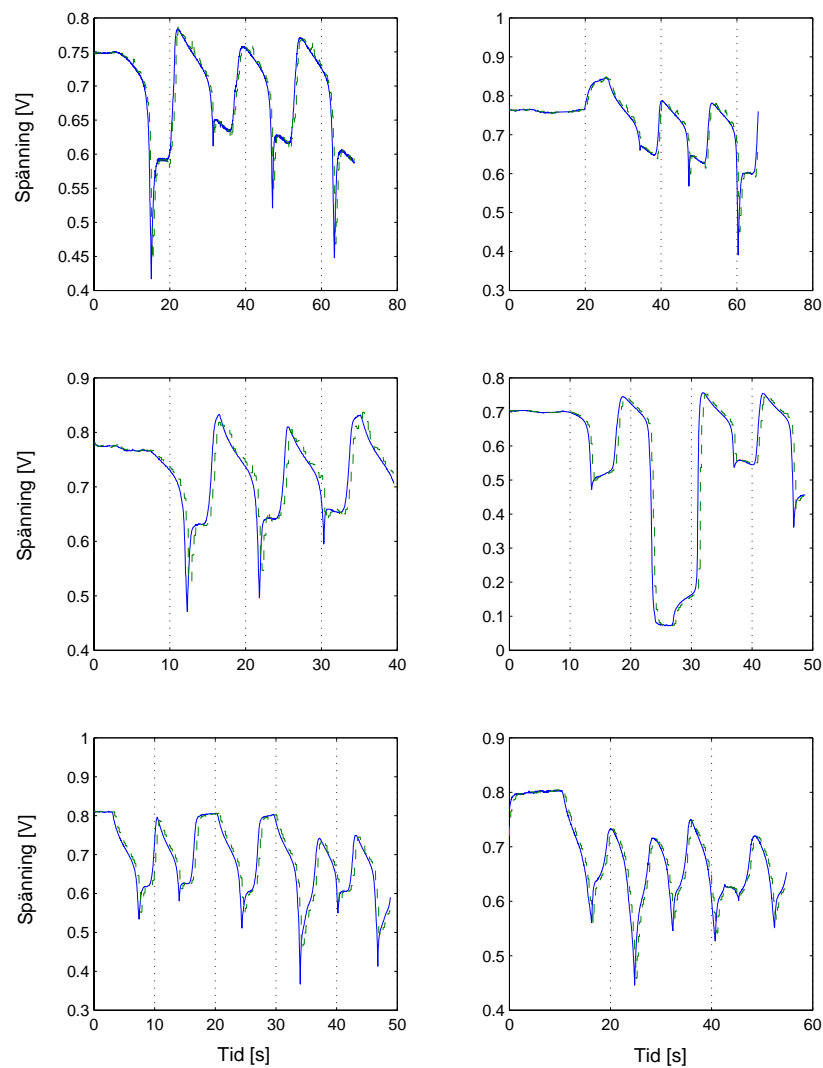


Figur B.2: Plot över  $\lambda_t$ , Modellutsignal vid körning på landsväg under steg och  $\lambda_f$  (den övre signalen). Modellutsignal - streckad

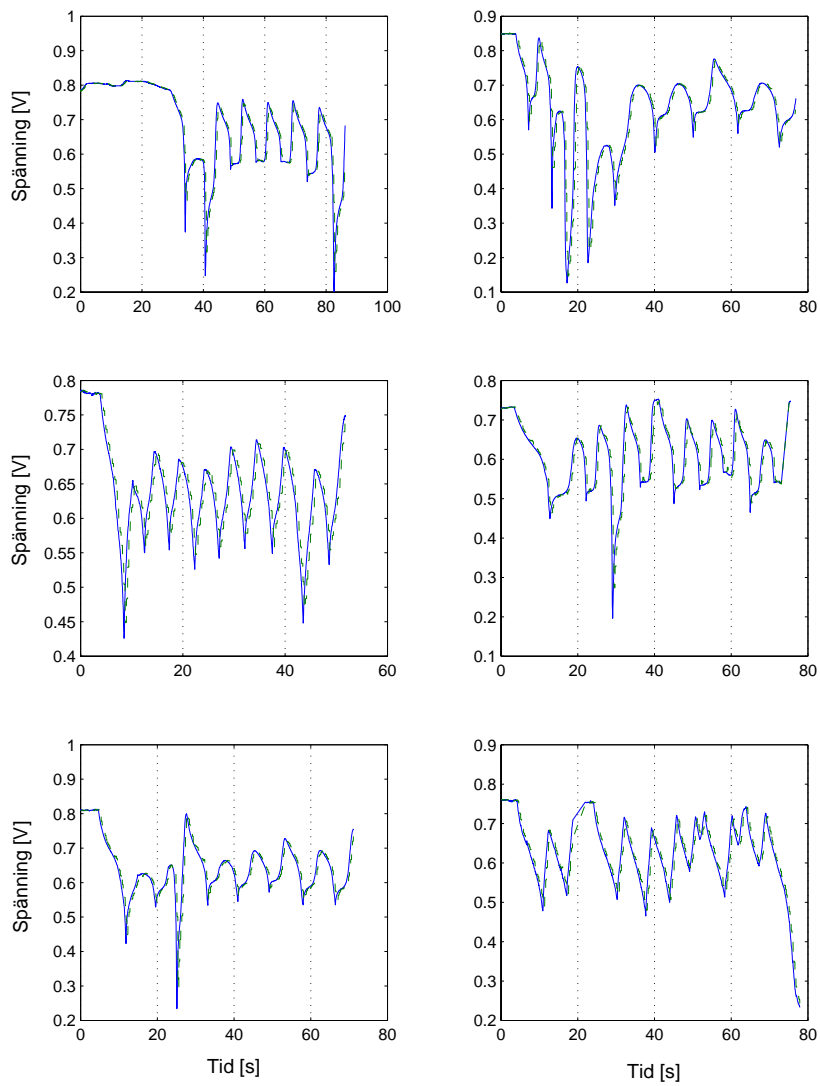


Figur B.3: Fri körning på landsvägskörning. Plot över  $\lambda_t$ , Modellsignal vid körning på landsväg under steg och  $\lambda_f$  (den övre signalen). Modellsignal - streckad

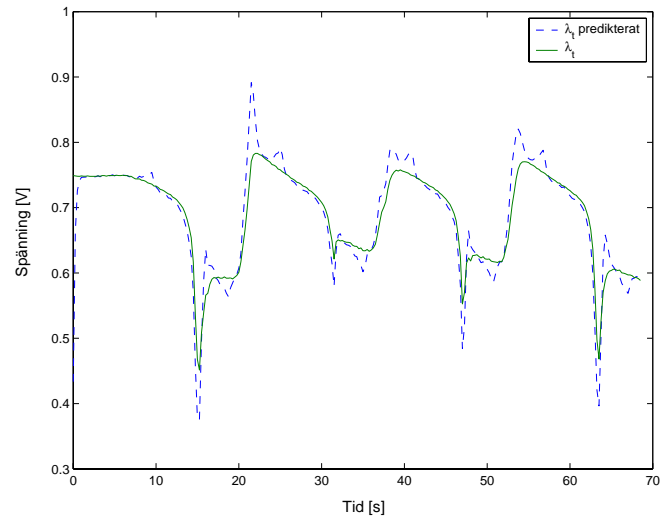




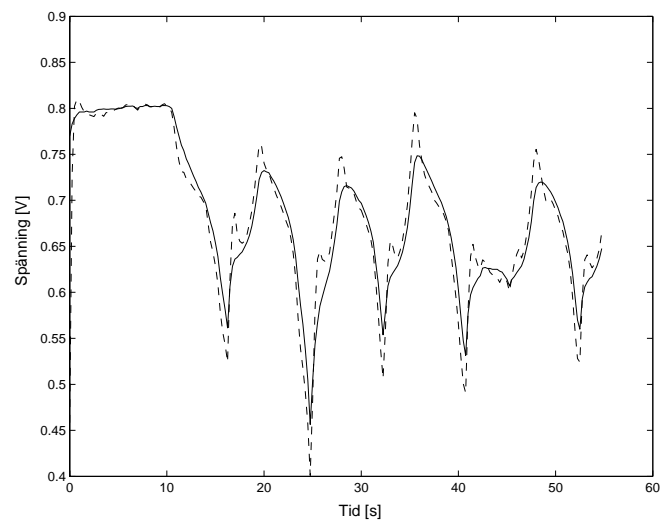
Figur B.4: Modell- och riktig utsignal  $\lambda_t$  från mätningar i chassidynamometer. Här visas resultat från de 6 första arbetspunkterna i tabellen från kapitel 7. Modellutsignal - streckad



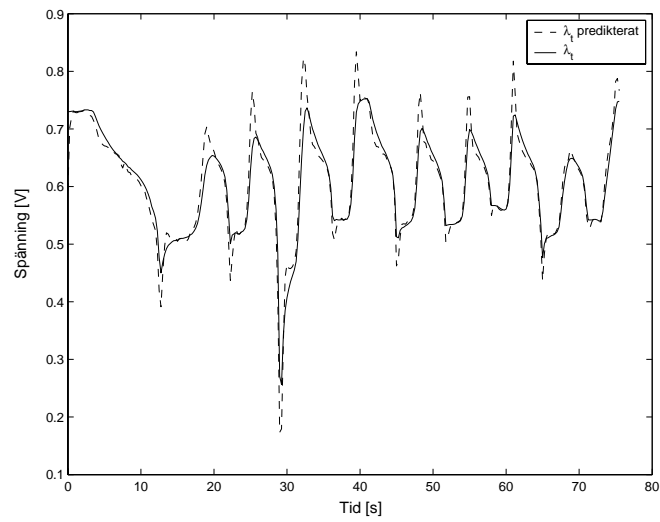
Figur B.5: Modell- och riktig utsignal  $\lambda_t$  från mätningar i chassidynamometer. Här visas resultat från de 6 sista arbetspunkterna i tabellen från kapitel 7. Modellutsignal - streckad



Figur B.6: Prediktion 4 sekunder av  $\lambda_t$  för M1 vid 1000rpm och  $150 \frac{m}{g}$ . Den verkliga prediktionen blir dock endast ca 1 sekund



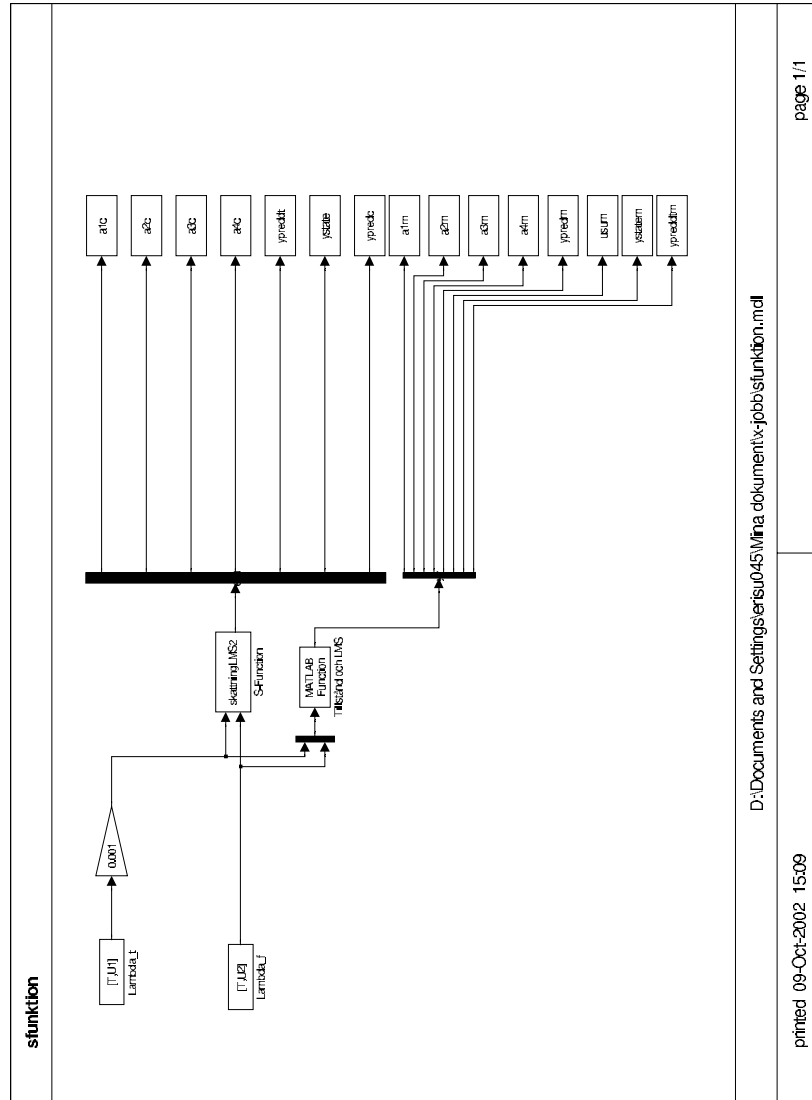
Figur B.7: Prediktion 4 sekunder av  $\lambda_t$  för M1 vid 3000rpm och  $250 \frac{m}{g}$ . Den verkliga prediktionen blir dock endast ca 1 sekund



Figur B.8: Prediktion 4 sekunder av  $\lambda_t$  för M1 vid 5000rpm och  $150 \frac{m}{c}$ . Den verkliga prediktionen blir dock endast ca 1 sekund

**Bilaga C**

**Simulinkschema**



Figur C.1: Simulinkschema med s-funktion och matlab LMS skattning