

Elektriska drivsystem

Föreläsning 4 - Introduktion av roterande maskiner

Mattias Krysanter

Institutionen för systemteknik
Linköpings universitet
matkr@isy.liu.se

2010-10-07

Dagens föreläsning

1. Introduktion av AC/DC-maskiner
2. MMK i luftgapet
3. Magnetfält i roterande maskiner
4. Roterande mmk-vågor i AC-maskiner
5. Inducerade spänningar
6. Moment

— Introduktion av AC/DC-maskiner —

Mekanisk konstruktion

Den eller de lindningar på en roterande maskin som har växelström kallas för ankarlindning.

De lindningar som har likström kallas för fältlindningar.

Rotorn och statorn är gjord av elektriskt stål med hög permeabilitet ofta som tunna tunna laminerade skivor för att reducera virvelströmsförluster.

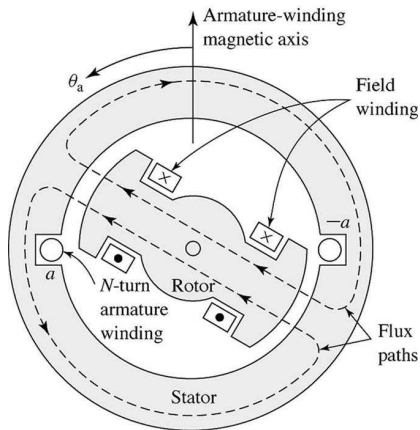
Växelsströmsmaskiner

Två huvudtyper:

- ▶ Synkronmaskinen
- ▶ Asynkronmaskinen (induktionsmaskin)

Synkronmaskinen

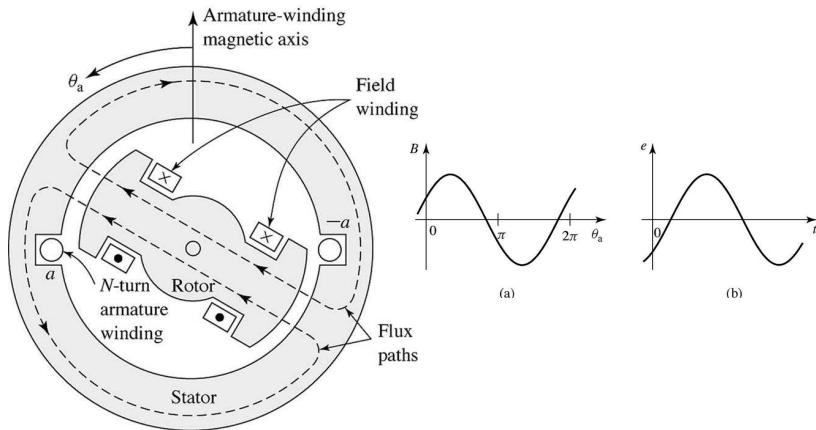
Tvåpolig enfassynkrongenerator



- ▶ rotorn har 2 utpräglade poler
- ▶ rotorlindningen drivs med likström, dvs rotorlindningen är fältlindningen
- ▶ statorlindningen drivs med växelström, dvs anakarlindningen sitter på statorn
- ▶ typiskt lågeffekt lindning i rotorn, högeffekt multifaslindning i statorn

Synkronmaskinen

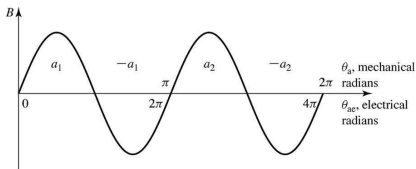
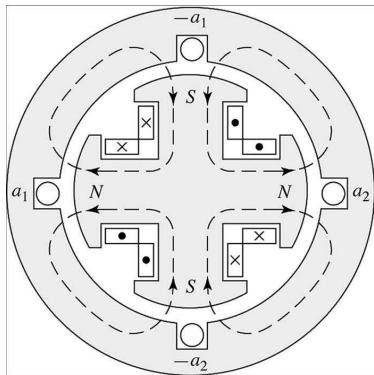
Ankarlindningen är öppen och rotorlindningen strömmatad.



Mycket förenklat skapas ett sinusfördelat magnetflöde i luftgapet som när det roterar inducerar en sinusformad spänning i ankarlindningen. Spänningen och rotationen har samma frekvens.

Synkronmaskinen

Fyrpolig enfasmaskin. Spolarna är seriekopplade. Anta att ankarlindningen är öppen och rotorlindningen strömmatad.



Här kommer spänningen genomlöpa två perioder under ett varvs rotation. Det är därför lämpligt att införa begreppet elektriska grader eller radianer.

Mekanisk och elektrisk vinkel

Låt

- ▶ θ_a - mekaniska radianer
- ▶ θ_{ae} - elektriska radianer
- ▶ p - poltalet

så gäller

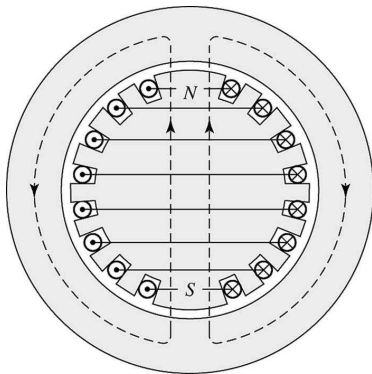
$$\theta_{ae} = \left(\frac{p}{2}\right) \theta_a$$

Poltalet fungerar som en växel mellan elektrisk och mekanisk vinkel.

Synkronmaskinen

Tvåpolig maskin med cylindrisk rotor och utbredda lindningar.

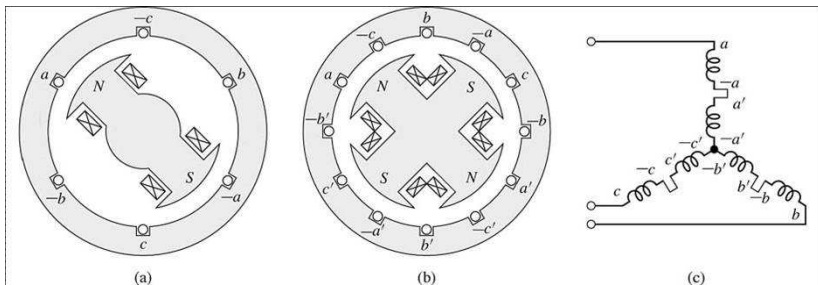
Lindningen fördelas så att magnetfältet i luftgapet får en sinusformad fördelning.



Utpräglade poler används oftast då poltalet är högt medan cylindrisk rotor då poltalet är lågt.

Synkronmaskinen

Tvåpolig resp fyrpolig trefasmaskin med utpräglade poler.

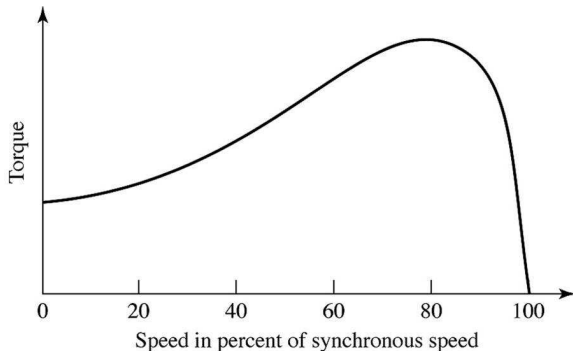


Asynkron-/induktions-maskinen

- ▶ Stator drivs med växelström, dvs ankarlindningen sitter på statorn.
- ▶ Rotorn har ingen extern matning utan det skapas en inducerad växelspanning i rotorlindningen.
- ▶ Induktionsmotorn kan ses som en generaliserad transformator
 - ▶ Elektrisk effekt omvandlas från statorn till rotorn samtidigt som frekvensen transformeras och mekanisk effekt alstras.
 - ▶ Vanlig motorn, relativt billig och mycket pålitlig.
 - ▶ Ovanlig som generator förutom inom vindkraftapplikationer på grund av prestandaegenskaper.

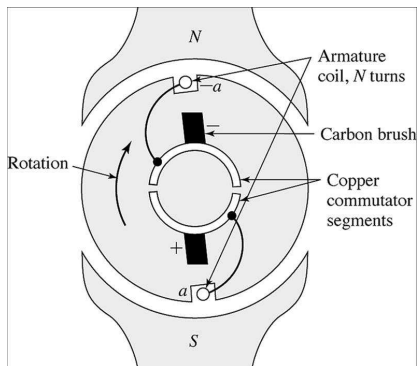
Asynkron-/induktions-maskinen

Induktionsmotorer kör i hastigheter under den synkrona hastigheten. Momentkaraktäristik:



Likströmsmaskinen

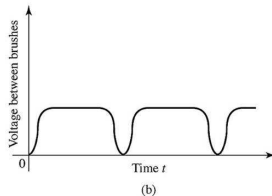
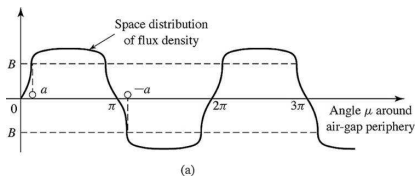
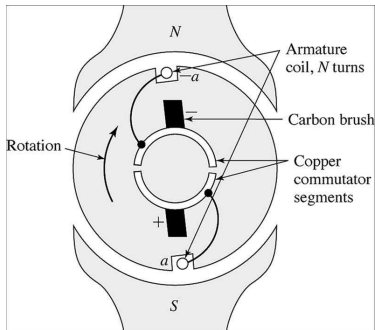
Enkel likströmsmaskin med kommutator



- ▶ Statorn har 2 utpräglade poler i detta fall.
- ▶ Fältet i statorn genereras med PM eller med likström i lindning, dvs en statorlindning är en fältlindning.
- ▶ Rotorlindningen drivs med kommuterad likström, dvs rotorlindningen är ankarlindningen.

Kommutatorn har till uppgift att skapa ett i rummet konstant magnetfält i rotorn som oftast är vinkelrätt med statorns magnetfält.

Likströmsmaskinen

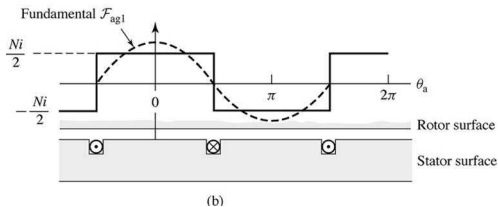
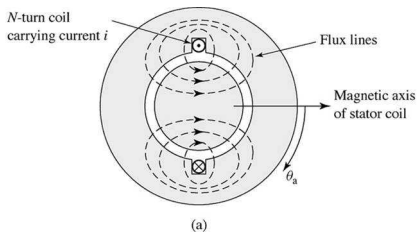


Radiell magnetisk flödestäthet samt inducerad spänning i rotorlindningen vid generatordrift.

—— MMK i luftgapet ——

MMK med koncentrerad lindning

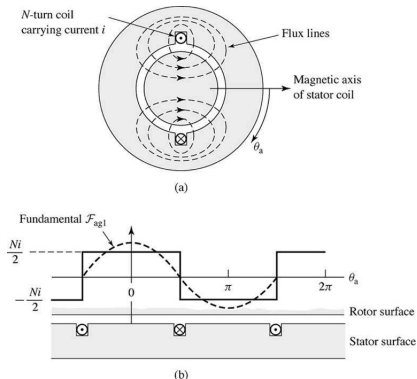
Först ska vi studera en koncentrerad lindning med fullt härvsteg (180°).



Minns:

$$\mathcal{F} = Ni$$

MMK med koncentrerad lindning



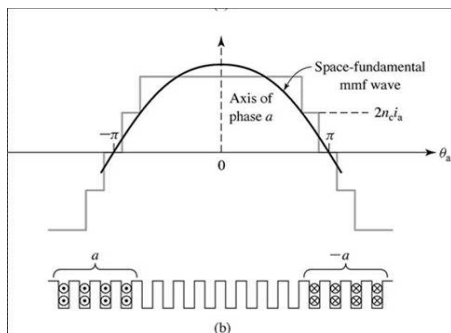
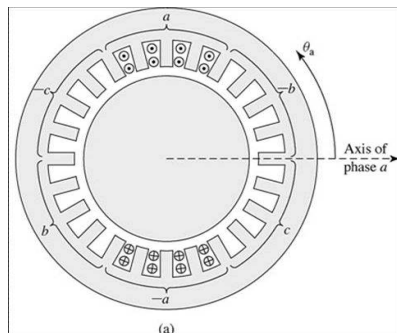
Stora ansträngningar görs för att dämpa övertoner genom att välja lämplig utbredning av lindningarna. Vi kommer att studera grundtonen här.

Fourierutveckling av grundtonen är $\mathcal{F}_{ag1} = (F_{ag1})_{\text{peak}} \cos \theta_a$ där:

$$\begin{aligned}(F_{ag1})_{\text{peak}} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) \cos(\theta) d\theta = \\ &= \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{Ni}{2} \cos(\theta) d\theta = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2} \right)\end{aligned}$$

MMK med utbredd lindning

MMK genererad av en fas i en tvåpolig trefasmotor med utbredd lindning. Två lager med spolar. Antag att alla spolar har n_c varv och är seriekopplade med strömmen i_a . Då får mmk-fördelningen utseendet i (b).

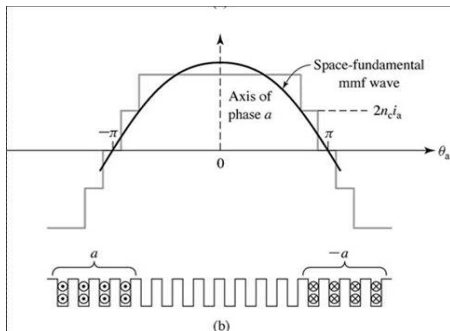
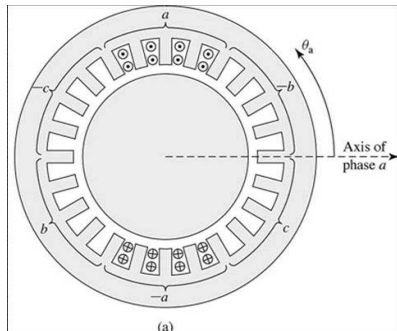


MMK med utbredd lindning

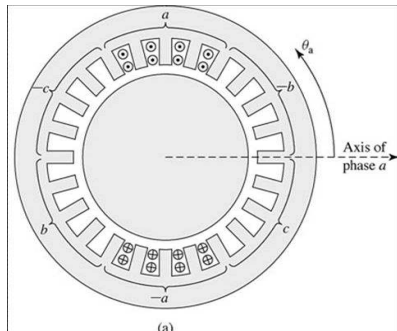
Amplituden av grundtonen av mmk-vågen är mindre för den utbredda lindningen jämfört med om det bara skulle vara en koncentrerad spole, pga av att spolarnas riktningar inte sammanfaller. En modifierad mmk fördelning beskrivs av

$$\mathcal{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w 8n_c i_a}{2} \right) \cos \theta_a$$

där k_w kallas för lindningsfaktor (0.85-0.95).



Beräkning av lindningsfaktorn



Summera bidragen mmk-bidragen från alla spolarna vektoriellt och dela längden på den erhållna mmk-vektorn med den totala mmk:n som skulle bildas om alla spolarna ha samma riktning.

Vinkeln mellan spolarna är $\pi/12$.

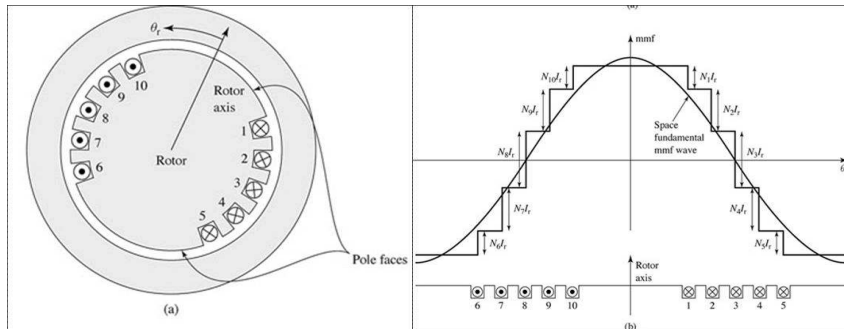
Förkortat med $2n_c i_a$:

$$k_w = \frac{\left| \sum_{k=0}^3 e^{ik \frac{\pi}{12}} \right|}{\sum_{k=0}^3 \left| e^{ik \frac{\pi}{12}} \right|} = \frac{|1 - e^{i \frac{4\pi}{12}}|}{4|1 - e^{i \frac{\pi}{12}}|} = 0.958$$

Detta kallas också för breddfaktor k_b och kommer sig av utbredningen av lindningen. Ibland finns även en lindningsstegsfaktor k_p som reducerar mmk map att lindningarna inte omlöper π radianer. $k_w = k_b k_p$

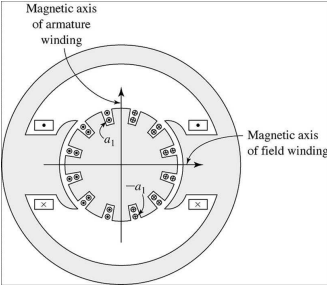
MMK med utbredd lindning

För att reducera energi i övertonerna måste lindningsvarven varieras över de olika spåren, idealt ska lindningstätheten vara fördelad som beloppet av en sinus runt rotorns periferi.

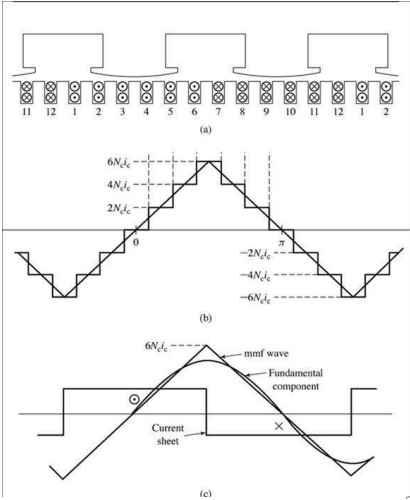


MMK i likströmsmaskiner

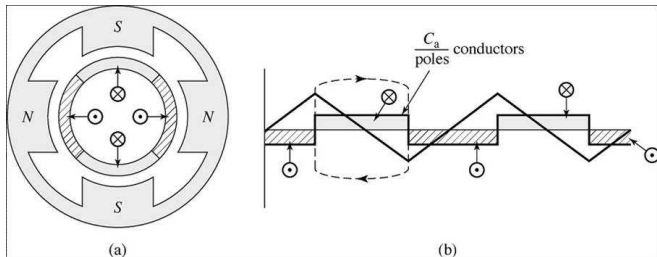
Tvärsnittet av en tvåpolig likströmsmaskin. Magnetfälten hålls vinkelräta mha kommutatorn. Anta att varje spole har N_c varv och att strömmen är i_c .



$$N_a = 12N_c, (F_{ag})_{\text{peak}} = N_a i_a / 2$$



Grundton för mmk:n i DC-maskiner



Låt N_a vara antalet seriekopplade varv i rotorn då gäller:

$$(F_{ag})_{\text{peak}} = \left(\frac{N_a}{p} \right) i_a$$

Fourierutveckling av grundtonen är $\mathcal{F}_{ag1} = (F_{ag1})_{\text{peak}} \cos \theta_a$ där:

$$(F_{ag1})_{\text{peak}} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{N_a}{p} \right) i_a$$

— Magnetfält i roterande maskiner —

Magnetfält i roterande maskiner

Antaganden:

- ▶ sinusformad fördelning av mmk i rummet.
- ▶ uniformt luftgap.
- ▶ luftgap mycket mindre än rotorradien, $g \ll r_r$

Konsekvens:

- ▶ **H** konstant i luftgapet och radiellt riktat med storlek enligt

$$\mathcal{F}_{ag} = H_{ag}g$$

dvs fältstyrkan är lika med mmk-vågen skalad med en faktor g^{-1} .

Magnetfält i roterande maskiner - exempel

Givet: En fyrpolig ($p = 4$) synkron ac-generator har en cylindrisk rotor med $N_r = 263$ seriekopplade lindningsvarv, lindningsfaktor $k_w = 0.935$ och ett luftgap på $g = 0.7$ mm. Antag att det magnetomotoriska spänningsfallet i stålet kan försummas.

Sökt: Vilken ström I_r ger en amplitud på $(B_{ag1})_{peak} = 1.6$ T av grundtonen på den magnetiska flödestätheten i luftgapet. Detta är intressant för ungefär vid den flödestätheten mättas det elektriska stålet.

Lösning:

$$(B_{ag1})_{peak} = \mu_0 \frac{(\mathcal{F}_{ag1})_{peak}}{g} = \frac{4\mu_0}{\pi g} \frac{k_w N_r}{p} I_r$$

$$I_r = \frac{\pi g p}{4\mu_0 k_w N_r} (B_{ag1})_{peak} = 11.4 \text{ A}$$

— Roterande mmk-vågor i AC-maskiner —

Roterande mmk-vågor i AC-maskiner

- ▶ Enfas
- ▶ Trefas

Roterande mmk-vågor i AC-maskiner - en fas

Vi vet att

$$\mathcal{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{p} \right) i_a \cos \left(\frac{p}{2} \theta_a \right)$$

Antag att vi matar lindningen med en växelström

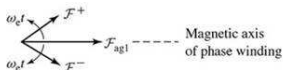
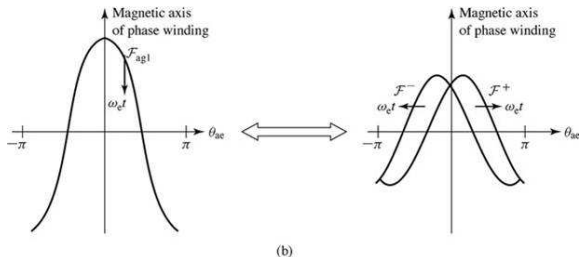
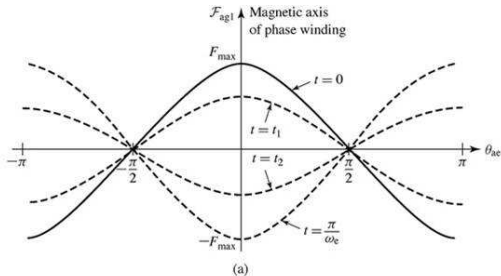
$$i_a = I_a \cos \omega_e t$$

där ω_e är den elektriska vinkelhastigheten. Då får vi

$$\mathcal{F}_{ag1} = F_{\max} \cos \theta_{ae} \cos \omega_e t$$

där θ_{ae} är elektriska radianer.

Roterande mmk-vågor i AC-maskiner



En stående våg kan delas upp i två vågor med fix amplitud som rör sig i motsatta riktningar.

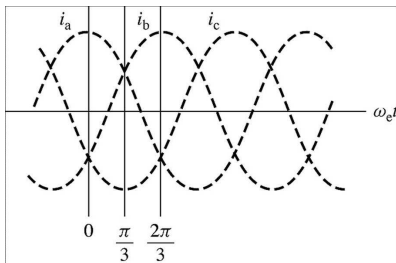
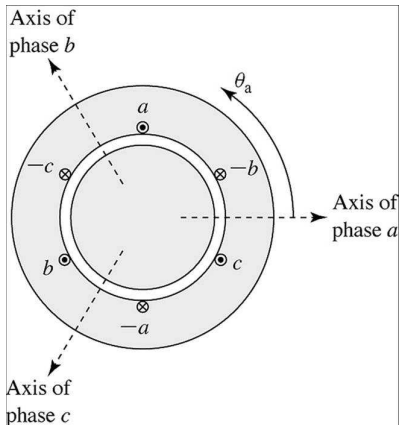
Roterande mmk-vågor i AC-maskiner

Matematiken:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{ag1} &= F_{\max} \cos \theta_{ae} \cos \omega_e t = / \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \\ &= \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) + \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t) =: \mathcal{F}_{ag1}^+ + \mathcal{F}_{ag1}^-\end{aligned}$$

\mathcal{F}_{ag1}^+ rör sig i positiv riktning och \mathcal{F}_{ag1}^- i negativ riktning båda med farten ω_e .

Roterande mmk-vågor i trefas AC-maskiner



Fas på strömmar och magnetaxlarna:

$$a : i_a = I_m \cos \omega_e t$$

$$\theta_{ae} = 0$$

$$b : i_b = I_m \cos(\omega_e t - 2\pi/3)$$

$$\theta_{ae} = 2\pi/3$$

$$c : i_c = I_m \cos(\omega_e t + 2\pi/3)$$

$$\theta_{ae} = -2\pi/3$$

Roterande mmk-vågor i trefas AC-maskiner

$$a : \omega_e t$$

$$\theta_{ae}$$

$$b : \omega_e t - 2\pi/3$$

$$\theta_{ae} - 2\pi/3$$

$$c : \omega_e t + 2\pi/3$$

$$\theta_{ae} + 2\pi/3$$

$$\mathbf{F}_{a1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{a1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{b1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \frac{2\pi}{3} - (\omega_e t - \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{b1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \frac{2\pi}{3} + (\omega_e t - \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \omega_e t + \frac{2\pi}{3})}$$

$$\mathbf{F}_{c1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \frac{2\pi}{3} - (\omega_e t + \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{c1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \frac{2\pi}{3} + (\omega_e t + \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \omega_e t - \frac{2\pi}{3})}$$

Roterande mmk-vågor i trefas AC-maskiner

$$\mathbf{F}_{a1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{a1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{b1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \frac{2\pi}{3} - (\omega_e t - \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{b1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \frac{2\pi}{3} + (\omega_e t - \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \omega_e t + \frac{2\pi}{3})}$$

$$\mathbf{F}_{c1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \frac{2\pi}{3} - (\omega_e t + \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{c1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \frac{2\pi}{3} + (\omega_e t + \frac{2\pi}{3}))} = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} + \omega_e t - \frac{2\pi}{3})}$$

$$\mathbf{F}_{a1}^+ = \mathbf{F}_{b1}^+ = \mathbf{F}_{c1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{a1}^- + \mathbf{F}_{b1}^- + \mathbf{F}_{c1}^- = 0$$

Roterande mmk-vågor i trefas AC-maskiner

$$\mathbf{F}_{a1}^+ = \mathbf{F}_{b1}^+ = \mathbf{F}_{c1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

$$\mathbf{F}_{a1}^- + \mathbf{F}_{b1}^- + \mathbf{F}_{c1}^- = 0$$

Det resulterande fältet blir

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{a1}^+ + \mathbf{F}_{b1}^+ + \mathbf{F}_{c1}^+ + \underbrace{\mathbf{F}_{a1}^- + \mathbf{F}_{b1}^- + \mathbf{F}_{c1}^-}_{=0} = \frac{3}{2} F_{\max} e^{i(\theta_{ae} - \omega_e t)}$$

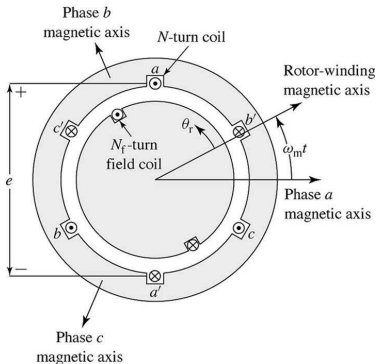
eller

$$\mathcal{F}(\theta_{ae}, t) = \frac{3}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t)$$

— Inducerade spänningar —

Inducerad spänning

Antag att fältlindningen är strömmatad och rotorn roteras mekaniskt. Vilken spänning induceras i ankarlindningen?



Grunderna är

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

Den magnetiska flödestätheten tecknas (för $t = 0$):

$$B = B_{\text{peak}} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_r\right), \text{ där } B_{\text{peak}} = \frac{4\mu_0}{\pi g} \left(\frac{k_f N_f}{p}\right) I_f$$

Inducerad spänning

Teckna flödet över en pol:

$$\begin{aligned}\Phi_p &= l \int_{-\pi/p}^{\pi/p} B_{\text{peak}} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_r\right) r d\theta_r = \\ &= \left(\frac{2}{p}\right) 2B_{\text{peak}} l r\end{aligned}$$

Det sammanlänkade flödet λ_a varierar sinusformat då rotorn roterar med en vinkelhastighet ω_m :

$$\lambda_a = k_w N_{ph} \Phi_p \cos\left(\frac{p}{2}\omega_m t\right) = k_w N_{ph} \Phi_p \cos(\omega_{me} t)$$

Den inducerade spänningen blir:

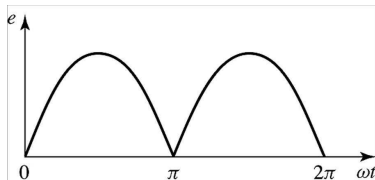
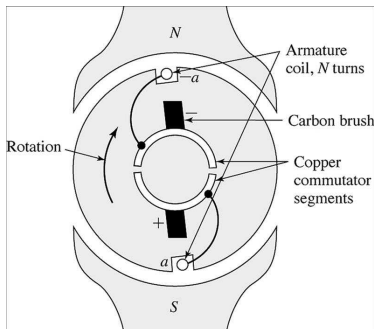
$$e_a = \frac{d\lambda_a}{dt} = k_w N_{ph} \frac{d\Phi_p}{dt} \cos(\omega_{me} t) - k_w N_{ph} \Phi_p \omega_{me} \sin(\omega_{me} t)$$

Effektivvärdet då I_f är konstant blir:

$$E_{\text{RMS}} = \frac{1}{\sqrt{2}} k_w N_{ph} \Phi_p \omega_{me}$$

Inducerad spänning i DC-motorer

Spänning över rotorlindningen vid generatordrift. Anta sinusformad flödesfördelning i luftgapet.



Efter likriktning kan medelspänningen beräknas som

$$E_a = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega_{me} N \Phi_p \sin \omega_{me} t d(\omega_{me} t) = \frac{2}{\pi} \omega_{me} N \Phi_p$$

— Moment —

Moment

Vi ska beräkna momentet i en idealiserad maskin med cylindrisk rotor på två sätt:

1. Maskinen ses som ett kretselement med varierande induktans.
2. Två grupper av lindningar producerar magnetiskt flöde i luftgapet som tenderar att likriktas.

Moment genom kretsanalogi

Med kretsanalogin kommer vi att härleda tre ekvationer som givet strömmen i rotorn i_r och statorn i_s och vinkeln θ_{me} bestämmer spänningen över rotorn v_r , statorn v_s och momentet T .

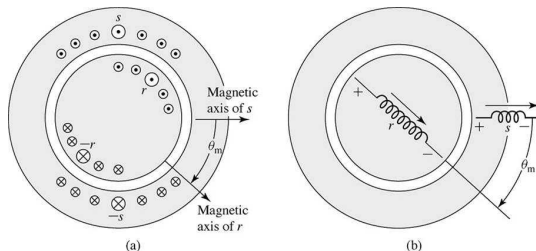
Vi börjar med att härleda uttryck för spänningarna.

Minns:

- ▶ $\lambda = L(\theta)i$
- ▶ $e = \frac{d\lambda}{dt}$

Förutsättningar

Ström i pilens riktning antas ge ett huvudflöde i luftgapet i pilens riktning.



Antaganden

- ▶ cylindrisk rotor där inverkan av spår försumbar
- ▶ reluktansen i stator och rotorn försumbar
- ▶ sinusformad mmk-våg
- ▶ uniformt luftgap

Konsekvens

- ▶ Självinduktansen för rotorn L_{rr} och statorn L_{ss} är konstant.
- ▶ Ömseinduktansen kan tecknas $\mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) = L_{sr} \cos \theta_{me}$.

Spänningarna över statorn och rotorn

Samband mellan strömmar och sammanlänkade flöden är:

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) \\ \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

Spänningarna över lindningarna ges av

$$v_s = R_s i_s + \frac{d\lambda_s}{dt}$$
$$v_r = R_r i_r + \frac{d\lambda_r}{dt}$$

Eliminering av de sammanlänkade flödena ger

$$v_s = R_s i_s + L_{ss} \frac{di_s}{dt} + \frac{d}{dt} \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) i_r$$
$$v_r = R_r i_r + L_{rr} \frac{di_r}{dt} + \frac{d}{dt} \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) i_s$$

Spänningarna över statorn och rotorn

$$v_s = R_s i_s + L_{ss} \frac{di_s}{dt} + L_{sr} \frac{di_r}{dt} \cos \theta_{me} - L_{sr} i_r \omega_{me} \sin \theta_{me}$$
$$v_r = R_r i_r + L_{rr} \frac{di_r}{dt} + L_{sr} \frac{di_s}{dt} \cos \theta_{me} \quad \underbrace{- L_{sr} i_s \omega_{me} \sin \theta_{me}}_{\text{spänning inducerad pga rotation}}$$

Den sista termen svarar för den elektromekaniska energiomvandlingen.

Moment

Härnäst kommer vi att härleda ett uttryck för momentet T givet strömmen i rotorn i_r och statorn i_s och vinkeln θ_{me} .

Momentet ges av den partiella derivatan av komplementenergin m.p.vinkel

$$T = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial \theta_m} \right|_{i_s, i_r} = \left. \frac{p}{2} \theta_m \right|_{i_s, i_r} = \frac{p}{2} \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial \theta_{me}} \right|_{i_s, i_r}$$

För detta behöver vi teckna komplementenergin i systemet

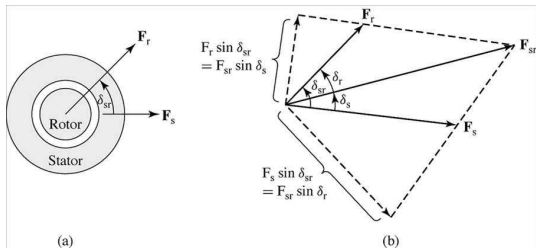
$$W'_{\text{fld}} = \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r \cos \theta_{me}$$

Detta ger att

$$T = -\frac{p}{2} L_{sr} i_s i_r \sin \theta_{me}$$

Minustecknet indikerar att momentet verkar för att likrikta magnetfälten.

Moment baserat på magnetflöden



mmk-vågornas huvudriktning är markerad. Vinklarna är angivna i elektriska radianer.

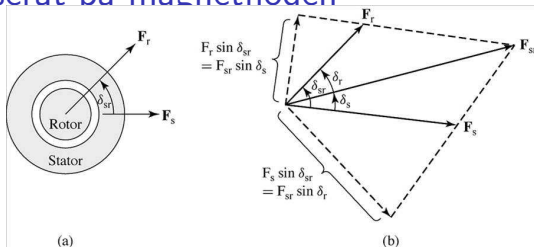
Momentet ska beräknas genom att derivera komplementenergin som finns lagrad i luftgapet map vinkeln δ_{sr} .

$$W'_{fld} = \frac{\mu_0}{2} \int_V H_{ag}^2 dV = \pi D l g \cdot \underbrace{\frac{\mu_0}{2} \frac{(H_{ag})_{peak}^2}{2}}_{= \text{medelkomplementsenergidensiteten}}$$

Subst. av $(H_{ag})_{peak} = F_{sr}/g$ och $F_{sr}^2 = F_s^2 + F_r^2 + 2F_s F_r \cos \delta_{sr}$ ger

$$W'_{fld} = \frac{\pi D l \mu_0}{4g} (F_s^2 + F_r^2 + 2F_s F_r \cos \delta_{sr})$$

Moment baserat på magnetflöden



$$W'_{\text{fld}} = \frac{\pi D l \mu_0}{4g} (F_s^2 + F_r^2 + 2F_s F_r \cos \delta_{sr})$$

Momentet erhålls som:

$$T = \frac{p}{2} \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial \delta_{sr}} \Big|_{i_s, i_r} = \frac{p}{2} \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial \delta_{sr}} \Big|_{F_s, F_r} = -\frac{p}{2} \frac{\pi D l \mu_0}{2g} F_s F_r \sin \delta_{sr}$$

Om \mathbf{T}_r är momentvektorn som verkar på rotorn så kan den uttryckas som

$$\mathbf{T}_r = \frac{p}{2} \frac{\pi D l \mu_0}{2g} \mathbf{F}_r \times \mathbf{F}_s$$

Maximalt moment för en given maskin

Eftersom elmaskiners prestanda begränsas av att flödestätheten B begränsas kan det vara intressant att teckna momentet som funktion av det totala flödet B_{sr} genererat av stator och rotorn tillsammans.

$$\frac{g}{\mu_0} \mathbf{B}_{sr} = (\mathbf{F}_r + \mathbf{F}_s)$$

Vidare gäller

$$\mathbf{F}_r \times (\mathbf{F}_r + \mathbf{F}_s) = \mathbf{F}_r \times \mathbf{F}_r + \mathbf{F}_r \times \mathbf{F}_s = \mathbf{F}_r \times \mathbf{F}_s$$

dvs

$$\mathbf{F}_r \times \mathbf{F}_s = \frac{g}{\mu_0} \mathbf{F}_r \times \mathbf{B}_{sr}$$

Använder vi detta i momentuttrycket får vi

$$\mathbf{T}_r = \frac{\rho}{2} \frac{D\pi l \mu_0}{2g} \mathbf{F}_r \times \mathbf{F}_s = \frac{\rho}{2} \frac{D\pi l}{2} \mathbf{F}_r \times \mathbf{B}_{sr}$$

B_{sr} får vara max 1.5-2T för att undvika mättning i tänderna på statorn. Rotorströmmen begränsas bland annat av uppvärmning.

Maximalt moment för en given maskin - exempel

Givet: En 1800 varv/min, 4-polig, 60Hz synkronmotor har $g = 1.2$ mm, medeldiameter i luftgapet $D = 27$ cm, och axellängd $l = 32$ cm. Rotorn har $N_r = 786$ lindningsvarv och lindningsfaktor $k_r = 0.976$. Rotorströmmen begränsas till 18 A.

Sökt: Maximalt moment och maximal effekt.

Lösning:

$$F_{r,\max} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_r N_r}{p} \right) I_{r,\max} = 4395 \text{ A}$$

Maxmoment fås då $B_{sr,\max} = 1.5$ T och \mathbf{B}_{sr} och \mathbf{F}_r är ortogonala:

$$T_{\max} = \frac{p}{2} \frac{Dl\pi}{2} \mathbf{F}_r \times \mathbf{B}_{sr} = \frac{p}{2} \frac{Dl\pi}{2} F_{r,\max} B_{sr,\max} = 1790 \text{ Nm}$$

Vidare gäller att $f_m = 2f_{me}/p = 30\text{Hz}$, dvs

$$P_{\max} = \omega_m T_{\max} = 2\pi f_m T_{\max} = 337 \text{ kW}$$

—— Att ta med sig från föreläsningen ——

Att ta med sig från föreläsningen

1. MMK i luftgapet: poler, utbredda lindningar, härvsteg.
2. Magnetfält i roterande maskiner.
3. Roterande mmk-vågor i AC-maskiner.
4. Inducerade spänningar genom rotation.
5. Moment:
 - ▶ kretsanalogi, varierande induktans.
 - ▶ flödesriktningar, magnetisk energi i luftgapet.