Lösningsförslag/facit till Tentamen

TSFS06 Diagnos och övervakning
14 januari, 2008, kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori och miniräknare.

Ansvarig lärare: Erik Frisk, tel 285714.

Betyg rapporteras in och anslås senast den 25:e januari

Visning av skrivningen sker kl. 17.00 den 28:e januari på Fordonssystem.

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1.

a) Alla fel är starkt detekterbara.

b) En konsistensrelation baserad på statisk redundans är

$$0 = y_1 + y_2 - u$$

Exempel på konsistensrelationer baserade på temporal redundans är

$$\begin{aligned}
0 &= \dot{y}_2 - y_1 \\
0 &= \dot{y}_2 + y_2 - u \\
0 &= \dot{y}_1 + y_1 - \dot{u}
\end{aligned}$$

c) Motsvarande residualgeneratorer är:

$$r_1 = y_1 + y_2 - u$$

och

$$\begin{aligned}
r_2(p) &= \frac{1}{p+2}(py_2 - y_1) = y_2 + \frac{1}{p+2}(-y_1 - 2y_2) \\
r_3(p) &= \frac{1}{p+2}(py_2 + y_2 - u) = y_2 + \frac{1}{p+2}(-y_2 - u) \\
r_4(p) &= \frac{1}{p+2}(py_1 + y_1 - pu) = y_1 - u + \frac{1}{p+2}(-y_1 + 2u)
\end{aligned}$$

eller på tillståndsform

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 &= -2x_2 - y_1 - 2y_2 \\
r_2 &= x_2 + y_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_3 &= -2x_3 - y_2 - u \\
r_3 &= x_3 + y_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_4 &= -2x_4 - y_1 + 2u \\
r_4 &= x_4 + y_1 - u
\end{aligned}$$

d) Interna formen för de föreslagna residualgeneratorerna är:

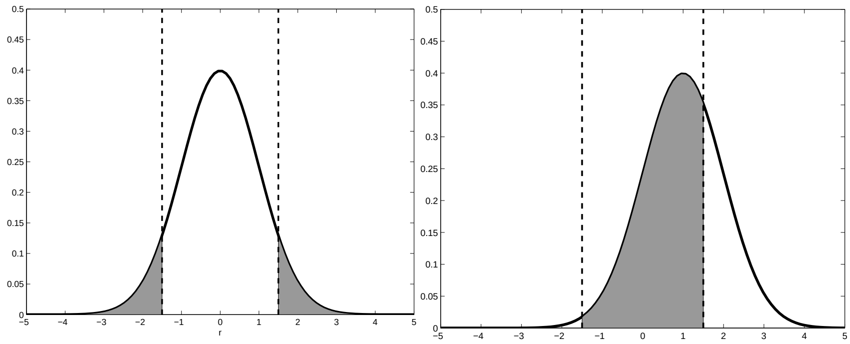
$$\begin{aligned}
r_1 &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \\
r_2(p) &= \frac{1}{p+2}(-f_2 + pf_3) \\
r_3(p) &= \frac{1}{p+2}(f_1 + (p+1)f_3 + f_4) \\
r_4(p) &= \frac{1}{p+2}(pf_1 + (p+1)f_2 + pf_4)
\end{aligned}$$

Beslutsstrukturen för dessa residualer är:

	NF	F_1	F_2	F_3	F_4
r_1	0	X	X	X	X
r_2	0	0	X	X	0
r_3	0	X	0	X	X
r_4	0	X	X	0	X

- Alla fel starkt detekterbara i r_1.
- F_2 är starkt och F_3 är svagt detekterbart i r_2.
- F_1, F_2 och F_4 är starkt detekterbara i r_3.
- F_2 är starkt och F_1 och F_4 är svagt detekterbara i r_4.

Uppgift 2. a) Figur 1 illustrerar falsklarm och missda detektion för en tröskel $J = 1.5$ och $f_0 = 1$.



(a) Falsklarm

(b) Missad detektion

Figur 1: Illustration över missad detektion och falslarmssannolikheter.

b)

$$P(FA) = 2(1 - \Phi(\frac{J}{\sigma}))$$
$$P(MD) = \Phi(\frac{J - f_0}{\sigma}) - \Phi(\frac{-J - f_0}{\sigma})$$
$$J = \Gamma(1 - \frac{1}{2}\alpha)\sigma$$

c) Falskalarmssannolikheten minskar och sannolikheten för missad detektion ökar med ökande tröskelstorlek. När tröskelvärdet är 0 så är falskalarmssannolikheten 1 och sannolikheten för missad detektion 0. När tröskelstorleken går mot oändligheten så går falskalarmssannolikheten mot 0 och sannolikheten för missad detektion mot 1.

d) Se kurskompendiet.

Uppgift 3.

a) Se kurskompendiet.

b) Låt C_i vara en den komponent som går sönder då fel f_i inträffar. De konflikter vi får då r_2 och r_4 reagerar är:

$$OK(C_1) \wedge OK(C_2) \wedge OK(C_4)$$
$$OK(C_2) \wedge OK(C_3)$$

De minimala diagnoserna är:

$$\begin{array}{cccc}
\neg OK(C_1)\wedge & OK(C_2)\wedge & \neg OK(C_3)\wedge & OK(C_4) \\
OK(C_1)\wedge & \neg OK(C_2)\wedge & OK(C_3)\wedge & OK(C_4) \\
OK(C_1)\wedge & OK(C_2)\wedge & \neg OK(C_3)\wedge & \neg OK(C_4)
\end{array}$$

Diagnoserna är de minimala diagnoserna, alla trippelfel, att allt är fel samt följande dubbelfel:

$$\begin{array}{cccc}
\neg OK(C_1)\wedge & \neg OK(C_2)\wedge & OK(C_3)\wedge & OK(C_4) \\
OK(C_1)\wedge & \neg OK(C_2)\wedge & \neg OK(C_3)\wedge & OK(C_4) \\
OK(C_1)\wedge & \neg OK(C_2)\wedge & OK(C_3)\wedge & \neg OK(C_4)
\end{array}$$

c)

	NF	f_1	f_2	f_3	f_4
NF	1	1	1	1	1
f_1	0	1	0	0	0
f_2	0	0	1	0	0
f_3	0	0	0	1	0
f_4	0	1	0	0	1

d) Det som saknas för att kunna isolera alla fel unikt är att f_4 inte kan isoleras från f_1. Detta betyder att r_5 måste vara känslig för f_4 men inte för f_1. Känsligheten för övriga fel spelar ingen roll. Raden i beslutsstrukturen måste alltså se ut som följer:

	f_1	f_2	f_3	f_4
r_5	0	0/X	0/X	X

Uppgift 4. Förslag på lösning är tre residuler som uppfyller beslutsstrukturen

	f_1	f_2	f_u
r_1	0	X	X
r_2	X	0	X
r_3	X	X	0

Residual r_1:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= g_1(\hat{x}_1, u) + K_1(y_2 - h_2(\hat{x}_2)) \\
\dot{\hat{x}}_2 &= g_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + K_2(y_2 - h_2(\hat{x}_2)) \\
r_1 &= y_2 - h_2(\hat{x}_2)
\end{aligned}$$

Residual r_2:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= g_1(\hat{x}_1, u) + K_3(y_1 - \hat{x}_1) \\
r_2 &= y_1 - \hat{x}_1
\end{aligned}$$

Residual r_3:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_2 &= g_2(y_1, \hat{x}_2) + K_4(y_2 - h_2(\hat{x}_2)) \\
r_3 &= y_2 - h_2(\hat{x}_2)
\end{aligned}$$

där K_1, K_2, K_3, samt K_4 är valda så att observatörerna är stabila.

Uppgift 5.

a) En detektor är

$$T(t) = \log \frac{P(y(t)|f = 0.1)}{P(y(t)|f = 0)} = \log \frac{P(y(t)|f = 0.1)}{P(y(t)|f = 0)} = \log \frac{g(y(t) - 1.1u(t))}{g(y(t) - u(t))}$$

och larma då $T(t) > J$ för en given tröskel J.

b) Oberoendeantagandet ger att den multivariable fördelningen för hela sbatchen av mätdata blir produkten av fördelningarna i varje sampel vilket förenklar räkningarna avsevärt.

$$T = \log \prod_{t=1}^{N} \frac{P(y(t)|f = 0.1)}{P(y(t)|f = 0)} = \sum_{t=1}^{N} \log \frac{g(y(t) - 1.1u(t))}{g(y(t) - u(t))}$$

c)

$$T = \max_f \sum_{t=1}^{N} \log \frac{g(y(t) - (1 + f)u(t))}{g(y(t) - u(t))}$$

Uppgift 6. Båda felen är detekterbara vilket ger att

$$F_i(s) \notin \text{Im } H(s), \quad i = 1, 2$$

vilket är ekvivalent med att det inte finns lösningar till

$$F_i(s) = H(s)x_i(s), \quad i = 1, 2 \tag{1}$$

Uppgiften bevisas genom att bevisa negationen, dvs att om f_2 ej är isolerbar från f_1 så implicerar det att f_1 ej är isolerbar från f_2. Alltså, antag att f_2 ej är isolerbar från f_1. Detta innebär att $F_2(s) \in \text{Im } [H(s) \ F_1(s)]$, dvs. det finns rationella funktioner $x(s)$ och $f_1(s)$ så att

$$F_2(s) = H(s)x(s) + F_1(s)f_1(s)$$

Eftersom båda felen är detekterbara så gäller enligt (1) att $f_1(s) \not\equiv 0$. Då gäller att

$$F_1(s) = -H(s)x(s) + f_1^{-1}(s)F_2(s)$$

dvs. att $F_1(s) \in \text{Im } [H(s) \ F_2(s)]$ vilket innebär att f_1 ej är isolerbar från f_2 vilket var det som skulle bevisas.