Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-06-01
Sal(3)	U6, U7, U10
Tid	14-18
Kurskod	TSFS06
Provkod	TEN1
Kursnamn	Diagnos och övervakning
Institution	ISY
Antal uppgifter som ingår i tentamen	6
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	9
Jour/kursansvarig	Mattias Krysander
Telefon under skrivtid	013-282198
Besöker salen ca.	15.00 och 17.00
Kursadministratör (namn+tfnnr+mailadress)	Anita Petersson, 013-281328, anita@isy.liu.se
Tillåtna hjälpmedel	TeFyMa, Beta Mathematics handbook, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori, miniräknare
Övrigt	Visning 10.00-10.30 den 7 juni på Fordonssystem

Tentamen

TSFS06 Diagnos och övervakning
1 juni, 2010, kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta Mathematics handbook, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori samt miniräknare.

Ansvarig lärare: Mattias Krysander

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1. Betrakta ett linjärt system, där den nominella modellen är beskriven på tillståndsform

$$\begin{aligned}\dot{w} &= Aw + Bu\\ y &= Cw\end{aligned}$$

där $u \in \mathbb{R}^k$, $y \in \mathbb{R}^m$ och $w \in \mathbb{R}^n$.

a) Modellera sensorfel och skriv modellen på matrisform

$$H(p)x(t) + L(p)z(t) + F(p)f(t) = 0$$

där x är de okända signalerna, z de kända signalerna, och f felen. Ange även dimensionen på rummet av konsistensrelationer. (2 poäng)

b) Antag det specifika systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 - x_2\\ \dot{x}_2 &= u\\ y_1 &= x_1 + f_1\\ y_2 &= x_2 + f_2\end{aligned}$$

Konstruera 2, oberoende, residualgeneratorer som är känsliga för varsitt fel, dvs. residual 1 är känslig endast för fel f_1 och motsvarande för residual 2. Residualgeneratorerna ska vara skrivna på tillståndsform, vara stabila, och ha pol/poler i -2.

Tips: Den observerbara kanoniska formen för systemet

$$G(p) = \frac{1}{a(p)}\begin{bmatrix} b_1(p) & \dots & b_m(p)\end{bmatrix}, \quad a(p)r(t) = b_1(p)z_1(t) + \dots + b_m(p)z_m(t)$$

där

$$\begin{aligned}a(p) &= p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_{n-1}p + a_n\\ b_i(p) &= b_{i,1}p^{n-1} + \dots + b_{i,n-1}p + b_{i,n}\end{aligned}$$

är

$$\begin{aligned}\dot{w} &= \begin{pmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0\\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1\\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0\end{pmatrix} w + \begin{pmatrix} b_{1,1} & \dots b_{m,1}\\ b_{1,2} & \dots b_{m,2}\\ \vdots & \vdots\\ b_{1,n-1} & \dots b_{m,n-1}\\ b_{1,n} & \dots b_{m,n}\end{pmatrix} z\\ r &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0\end{pmatrix} w\end{aligned}$$

(3 poäng)

c) Avgör huruvida de två felen är starkt eller svagt detekterbara i *modellen* respektive huruvida felen är starkt eller svagt detekterbara i respektive residual som konstruerades i b-uppgiften. (2 poäng)

Uppgift 2. Betrakta beslutsstrukturen nedan med 5 olika test som övervakar 4 komponenter A, B, C, och D.

	A	B	C	D
T_1		X	X	
T_2	X	X		
T_3	X			X
T_4			X	
T_5	X	X		X

Varje komponent kan vara i mod OK eller $\neg OK$.

a) Antag att test T_1 larmar, uttryck i logiknotation den konflikt som genereras. (1 poäng)

b) Antag att alla 5 testerna reagerar, beräkna mängden av minimala diagnoser. (2 poäng)

c) Beskriv enkelfelsisolerbarheten hos diagnossystemet i a-uppgiften via en isolerbarhetsmatris. (2 poäng)

d) Ange ett tillräckligt villkor på en modell för att de minimal diagnoserna ska representera mängden av alla diagnoser. Beskriv även hur de minimala diagnoserna representerar alla diagnoser. (2 poäng)

Uppgift 3. Betrakta det olinjära systemet

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sqrt{x} + \theta u \\ y &= \sqrt{x}, \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

Detta kan tänkas representera ett flödessystem där en pump, med styrsignal u, genererar ett inflöde, en nivå x i en behållare, och ett utflödet som är lika med $\sqrt{x}$. Slutligen så mäter vi utflödet.

a) Antag att pumpeffektiviteten är känd, dvs $\theta = \theta_0$ där θ_0 är en känd konstant. Härled en konsistensrelation och teckna en residual som kan detektera fel i sensorer och läckage i systemet. Antag att derivator av kända signaler kan skattas med hög noggrannhet. (2 poäng)

b) Antag att man vill isolera ett fel i sensorn från en konstant, eller mycket långsam, förändring i pumpeffektiviteten θ. För detta, härled en konsistensrelation som avkopplar konstanta förändringar i θ. (3 poäng)

c) I a-uppgiften antogs att derivator av kända signaler kunde skattas och därmed antas kända. Betrakta nu igen a-uppgiften då sensorer har signifikant med brus och derivator ej längre kan antas kända. Härled en residualgenerator på tillståndsform, *baserad på konsistensrelationen i a-uppgiften*, där derivator ej behövde skattas. (2 poäng)

Uppgift 4.

Antag en residual r_i som i det felfria fallet är normalfördelat vitt brus med väntevärde 0 och standardavvikelse $\sigma = \sigma_0$. När ett fel inträffar hoppar residualens standardavvikelse till $\sigma = \sigma_1$. Parametrarna σ_0 och $\sigma_1 \neq \sigma_0$ är kända konstanter.

För att upptäcka hoppet i standardavvikelse har tre algoritmer implementerats, GLR, en CUSUM baserad på log-likelihoodkvoten och en CUSUM baserad direkt på residualen. Formlerna för de tre algoritmerna beskrivs nedan och refereras i fortsättningen I, II och III. För att utvärdera och jämföra hur bra algoritmerna är har de testkörts på simulerade data med hopptidpunkt 200s. De 3 resulterande teststorheterna visas i figurerna 1 och 2. I simuleringarna har teststorheterna normaliserats så att sannolikheten för att överskrida 1 då $\sigma = \sigma_0$ är 1%. Uppgiften är 3-delad:

1) Ange för varje formel I-III, vilken av de tre specificerade algoritmerna som den beskriver.

2) Beskriv för varje algoritm vilken statistisk information som utnyttjas om residualen dels under nollhypotesen samt dels under mothypotesen.

3) Ange för varje graf A-C, vilken algoritm som har använts för att generera grafen. För att få poäng krävs motivering.

Algoritmerna har implementerats enligt följande formler. Låt

$$S_j^k(\sigma) = \sum_{i=j}^{k} \log \frac{f(r_i|\sigma)}{f(r_i|\sigma_0)}$$

där f är täthetsfunktionen för en normalfördelning med väntevärde 0 och standardavvikelse specificerad av argumentet (betingningen). Algoritm I definieras som:

$$g_k^I = \max(\max_{1\leq j\leq k} S_j^k(\sigma_1), 0)$$

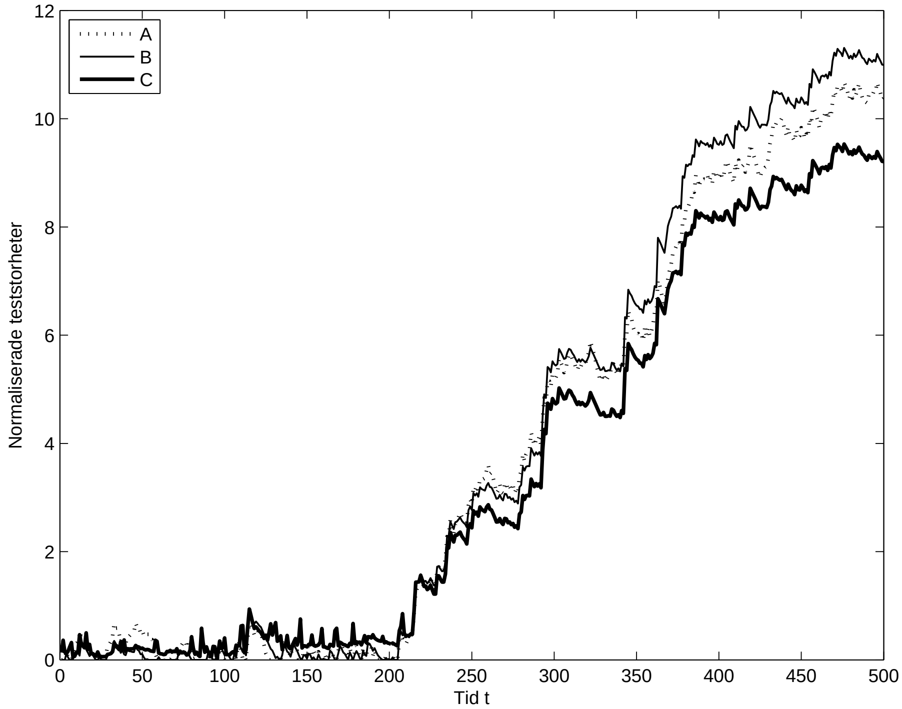
Algoritm II beräknas enligt:

$$g_0^{II} = 0, \qquad g_k^{II} = \max(g_{k-1}^{II} + |r_k| - \frac{E(|r_k||\sigma = \sigma_0) + E(|r_k||\sigma = \sigma_1)}{2}, 0) \text{ för } k > 0$$

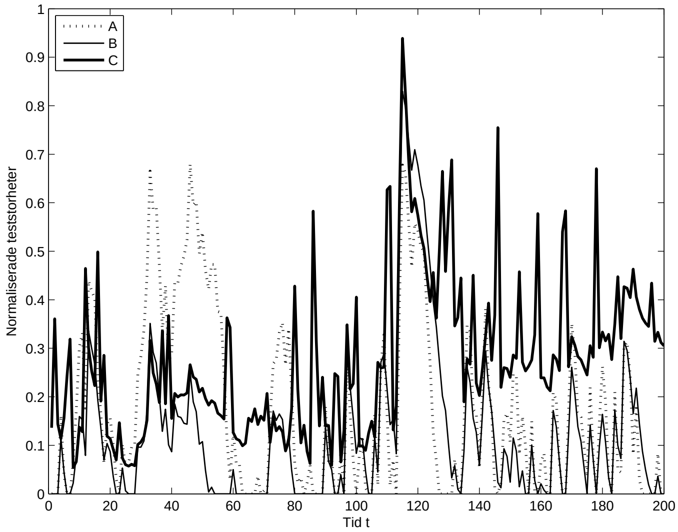
Algoritm III beräknas som:

$$g_k^{III} = \max_{1\leq j\leq k} \max_{\hat{\sigma}_1} S_j^k(\hat{\sigma}_1)$$

(5 poäng)

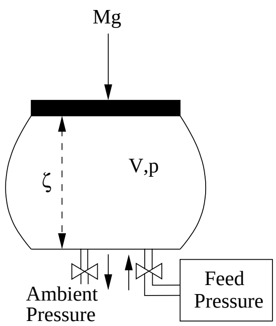


Figur 1: Resultatet av de tre algoritmerna för det simulerade fallet. Vid tidpunkt 200 inträffar hoppet i standardavvikelse.



Figur 2: En inzoomning av teststorheterna i figur 1 innan hoppet sker.

Uppgift 5.
Figur 3 visar en skiss av en luftbälg till luftfjädringen av en lastbil. Luftbälgen har en höjd ζ, ett tryck p och en volym $V(p,\zeta)$ som beror av höjden och trycket i bälgen. Bälgen belastas av kraften Mg där M är massan av det som belastar bälgen och g gravitationskonstanten. Bälgen genererar en uppåtriktad kraft $F_b(p,\zeta)$ som beror på trycket och höjden i bälgen. Luftmassan i bälgen m kan höjas genom att öppna en av signalen u_1 styrd ventil ansluten till en matningspump eller sänkas genom att släppa ut luft till omgivningen genom att öppna en ventil styrd av signalen u_2. Det finns två givare, en för trycket p och en för höjden ζ. Mätsignalerna kallas för y_1 respektive y_2.



Figur 3: Principskiss av en luftbälg.

En modell av systemet är:

$$M\ddot{\zeta} = -Mg + F_b(p,\zeta) - \mu\dot{\zeta} + f_1 \quad (1)$$
$$pV(p,\zeta) = mRT + f_2 \quad (2)$$
$$\dot{m} = u_1 g_1(p) + u_2 g_2(p) + f_3 \quad (3)$$
$$y_1 = p + f_4 \quad (4)$$
$$y_2 = \zeta + f_5 \quad (5)$$

där μ är en dämpningskoefficient för bälgen, R är gaskonstanten och T temperaturen på luften i bälgen. Vi antar att M, g, μ, R, och T är kända konstanter, F_b, V, g_1, och g_2 är kända olinjära funktioner, ζ, p, och m är okända signaler och u_1, u_2, y_1 och y_2 kända signaler.

I exemplet betraktas additiva felsignaler $f_1, \ldots, f_5$ i samtliga ekvationer. I föreläsning 7 togs två residualgeneratorer fram med följande felkänslighet:

	NF	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
r_1	0	0	X	X	X	X
r_2	0	X	X	X	X	0

Er uppgift är att, till residualgeneratorerena r_1 och r_2, lägga till residualgeneratorer så att maximal enkelfelsisolerbarhet uppnås för det resulterande diagnossystemet. För observatörslösningar behövs inte stabiliserade återkopplingar beräknas men observerbarheten av de system som observatörer baseras på måste troliggöras. För konsistensrelationsbaserade lösningar kan ni anta att förstaderivator av de kända signaler går att skatta men inte högre ordningens derivator. Motivera om det finns enkelfel som inte går att isolera från varandra. Slutligen får ni anta att det går att lösa ut p ur $x = pV(p, \zeta)$ som funktion av x och ζ, dvs det existerar en funktion h så att $p = h(x, \zeta)$. (6 poäng)

Uppgift 6. Syftet med ett “collision avoidance”-system i personbilar är att automatiskt bromsa fordonet för att förhindra eller mildra en kollision. Systemet får bara aktiveras om föraren ej längre har möjlighet att undvika kollision genom antingen inbromsning eller väjning. I den här uppgiften antas att hindren är stationära. Omfattande studier visar att föraren inte kan förhindra kollision då

$$\frac{s}{v} < t_0 = 0.8s$$

där v är fordonets hastighet och s avståndet till hindret. Modellen är giltig om hastigheten $v \geq$ 3m/s. En tolkningen av villkoret är att bilen kolliderar med hindret inom 0.8s givet att bilen forsätter med konstant hastighet v.

De givare som finns tillgängliga är en frontplacerad radar y_1 som mäter avståndet till framförvarande hinder och en hastighetsmätare y_2. Givarna modelleras som

$$y_1 = s + \xi$$
$$y_2 = v$$

där $\xi \sim N(0, \sigma^2)$. Det är oerhört viktigt att den automatiska inbromsningen inte slås på om föraren själv kan undvika kollision. Därför finns det ett krav på “collision avoidance”-systemet att sannolikheten för att den automatiska inbromsningen aktiveras givet att föraren kan förhindra kollision högst får vara $p = 10^{-6}$.

a) Funktionen ska implementeras som ett test baserat på data från endast en tidpunkt av y_1 och y_2 följt av en åtgärd baserad på utfallet av testet. Formulera ett test, med nollhypotesen och alternativhypotesen beskriven både i text och med formler, en teststorhet och en tröskel vald så att kravet är uppfyllt och som dessutom minimerar sannolikheten för kollision, samt en beskrivning av åtgärderna vid larm respektive icke-larm. Tröskeln ska tecknas med hjälp av $F(x)$ som antas vara den kumulativa fördelningsfunktionen för en normalfördelning med väntevärde 0 och varians 1. (5 poäng)

b) För vilka hastigheter $v \geq$ 3m/s reducerar systemet sannolikheten för kollision med minst 50% om bilens retardation antas vara konstant 7 ms^{-2} under hela inbromsning och $\sigma = 0.3$m. (3 poäng)