Lösningsförslag/facit till tentamen

TSFS06 Diagnos och övervakning
19 augusti, 2010, kl. 14.00-18.00

Ansvarig lärare: Mattias Krysander, tel 282198.

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1.

a) $OK(A) \wedge OK(D) \wedge OK(E)$, $\{A, D, E\}$.

b) $\{A\}$, $\{B, D\}$, $\{B, C, E\}$.

Uppgift 2.

a) Om ekvationerna skrivs ut får vi

$$\begin{aligned} R_0 q_0 - u + v_1 + f_1 &= 0 \\ R_1 q_1 - v_1 + v_2 + f_2 &= 0 \\ R_2 q_2 - v_2 + f_3 &= 0 \\ C\dot{v}_1 - q_0 + q_1 + f_4 &= 0 \\ C\dot{v}_2 - q_1 + q_2 + f_5 &= 0 \\ -y_1 + v_1 &= 0 \\ -y_2 + q_1 &= 0 \end{aligned}$$

eller på matrisform

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & R_0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & R_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & R_2 \\ Cp & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & Cp & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ q_0 \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{bmatrix} = 0$$

b) Dimensionen på rummet av konsistensrelationer är 2. Det finns flera sätt att beräkna dimensionen på rummet. Ett sätt är att beräkna

$$\text{rader i } H(p) - \text{rang}(H(p))$$

ett annat att skriva om ekvationerna på tillståndsform och beräkna differensen mellan antalet givare och störningar. Ett tredje sätt är att utnyttja att `null([H F(:,i)]')'` har dimension 1 och eftersom felen är detekterbara så måste $\text{rang}(N_{H(p)}L(p)) = 2$.

c) Alla fel är starkt detekterbara eftersom alla kolonner i `Nhf*F` är nollskilda då p är satt till 0. Isolerbarhetsmatrisen är

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
F_1	X	0	0	X	0
F_2	0	X	X	0	X
F_3	0	X	X	0	X
F_4	X	0	0	X	0
F_5	0	X	X	0	X

dvs fel F_1 och F_4 går inte att skilja på och ej heller F_2, F_3 och F_5.

d) Från `Nhf*F` framgår att det endast finns två test att konstruera, ett som avkopplar F_1 och F_4 och ett som avkopplar F_2, F_3 och F_5.

Test 1:

- Konsistensrelation: $(p+1)y_1 - (2p+3)y_2 = 0$
- Differentialekvation: $(p+1)r_1 = (p+1)y_1 - (2p+3)y_2$
- Residualgenerator:

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= -w_1 - y_2 \\ r_1 &= w + y_1 - 2y_2 \end{aligned}$$

Test 2:

- Konsistensrelation: $-u + (3p+1)y_1 + 3y_2 = 0$
- Differentialekvation: $(p+1)r_2 = -u + (3p+1)y_1 + 3y_2$
- Residualgenerator:

$$\begin{aligned} \dot{w}_2 &= -w_2 - u - 2y_1 + 3y_2 \\ r_2 &= w_2 + 3y_1 \end{aligned}$$

Uppgift 3.

a)

$$\beta(\theta) = P(\text{larm}|\theta) = 1 - \int_{-J}^{J} f(r|\theta)\, dr$$

b)

$$J_2 = |k_2| J_1$$

Signal/brus-förhållandet är strikt större för test 1 än test 2 om

$$|k_1| < |k_2|$$

c) Styrkefunktionen kan t ex skattas genom att injicera fel av olika storlekar i det verkliga systemet och sedan skatta styrkefunktionen med hjälp av mätdata. Problem med metoden kan vara att fysiska fel måste injiceras i systemet och dessutom av olika storlekar, samt att insamling av stora datamängder krävs.

Uppgift 4.

a) Om $\{Z_i | i = 1, \ldots, n\}$ är oberoende så kommer

$$\ln \frac{f(z_1, z_2, \ldots, z_n|1)}{f(z_1, z_2, \ldots, z_n|0)} = S$$

dvs $S > 0$ då $\theta = 1$ är mer sannolikt än $\theta = 0$ givet observationerna z_i, $i = 1, 2, \ldots, n$.

b)

$$S = \max_{\theta} \sum_{i=1}^{N} \ln \frac{f(z_i|\theta)}{f(z_i|0)}$$

Tillskillnad från teststorheten i a-uppgiften så kan den här teststorheten inte beräknas rekursivt vilket gör den betydligt mer beräkningskrävande.

Uppgift 5.

a) Derivering och substituering ger konsistensrelationen:

$$y^{(n)} - f(y^{(0)}, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u) = 0$$

där $y^{(i)}$ betecknar y:s i:te derivata.

b) Observatören blir

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + B_u(u + \hat{f}_1) + K_1(y - C\hat{x}) \\ \dot{\hat{f}}_1 &= k_2(y - C\hat{x}) \\ r &= y - C\hat{x} \end{aligned}$$

där kolonnvektorn K_1 och skalären k_2 väljs så att realdelen av egenvärdena till matrisen

$$\begin{bmatrix} A - K_1 C & B_u \\ -k_2 C & 0 \end{bmatrix}$$

blir strikt negativa.

Uppgift 6.
Modellen för systemet är

$$g(x, \dot{x}, z, f) = 0 \tag{1}$$

$$OK(c_i) \rightarrow f_i = 0 \qquad \text{för alla } i \in \{1, 2, \dots, n\} \tag{2}$$

där x är okända, z kända och $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ felsignaler.

Låt moder betecknas med mängder av trasiga komponenter. Den minimala diagnoshypotesen gäller om det för godtycklig diagnos C följer att en godtycklig mod $C' \supseteq C$ också är en diagnos.

Givet en observation z, antag att mod C är en diagnos, dvs att det existerar en lösning (x_0, f_0) till (1) och de ekvationer i (2) där $c_i \notin C$. För varje $C' \supseteq C$ gäller att bara en delmängd av ekvationerna i (2) gäller, dvs (x_0, f_0) är också en lösning till ekvationssystemet som definieras av C'. Följaktligen är C' en diagnos och därmed följer att den minimala diagnoshypotesen gäller för denna klass av system.