

# Tentamen

**TSFS06 Diagnos och övervakning**  
**18 augusti, 2011, kl. 14.00-18.00**

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori samt miniräknare.

Ansvarig lärare: Erik Frisk

Totalt 40 poäng.  
Preliminära betygsgränser:  
Betyg 3: 18 poäng  
Betyg 4: 25 poäng  
Betyg 5: 30 poäng



### Uppgift 1.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{p+1} \\ \frac{1}{p+2} \\ \frac{1}{p} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

- Hur många linjärt oberoende konsistensrelationer kan härledas för modellen ovan? (2 poäng)
- Konstruera en stabil residualgenerator som avkopplar störningen  $d$ . (2 poäng)
- Avgör detekterbarhet och eventuell stark detekterbarhet hos de tre felen. (3 poäng)

### Uppgift 2. Betrakta den felfria modellen

$$J\dot{\omega} = -\mu\omega + f(u)$$

som beskriver en roterande massa. Parametern  $J$  är tröghetsmomentet,  $\mu$  en friktionskoefficient för rotationslagren och funktionen  $f(u)$  beskriver hur styrsignalen  $u$  påverkar momentet. Den statiska funktionen  $f(\cdot)$  modellerar en momentregulator.

Antag att vi mäter rotationshastigheten och att fyra typer av fel kan inträffa: 1) Fel i momentregulatorn, 2) Ökad friktion i lagren, 3) Fel i sensorn, 4) Skada på den roterande artikeln så att det sker en massförändring.

- Modellera de fyra felen, utifrån fysikaliska principer, på sådant sätt att de *inte* går att isolera från varandra. Diskutera modellantagandena. (3 poäng)
- Gör om a-uppgiften men modellera så att felen *går* att isolera från varandra. (1 poäng)

### Uppgift 3.

- Antag 4 komponenter  $\{A, B, C, D\}$  som övervakas av ett diagnosystem. Antag vidare att 5 residualer, med felkänslighet enligt nedan, har larmat

	A	B	C	D
$r_1$	X	X		
$r_2$		X	X	
$r_3$		X		X
$r_4$	X	X	X	
$r_5$	X	X		X

Skriv ned genererade konflikter och ange vilka av dessa som är minimala. Beräkna hur många diagnoser som finns och hur många av dessa som är minimala. Skriv ned de minimala diagnoserna i formen av logiska formler. Använd de logiska operatorerna  $\neg, \wedge, \vee$  samt notationen  $OK(A)$  för att beteckna att komponent  $A$  är hel. (4 poäng)

- Antag en mängdrepresentation av konflikter, dvs. en konflikt representeras av en mängd av de komponenter som ingår i konflikten.

Låt  $\mathcal{C}$  vara en mängd av konflikter och  $\mathcal{C}_{min} \subseteq \mathcal{C}$  vara mängden av de minimala konflikterna i  $\mathcal{C}$ . Bevisa att mängden av minimala hitting-sets för  $\mathcal{C}$  är lika med mängden av minimala hitting-sets för  $\mathcal{C}_{min}$ . (4 poäng)

### Uppgift 4.

- Antag ett system med 4 beteendemoder,  $NF, F_1, F_2$  och  $F_3$ . Feltillståndet  $\theta$  är en tredimensionell vektor och  $\theta = 0$  svarar mot felfritt fall  $NF$  och nollskilt element i  $\theta_i$  svarar mot felmod  $F_i$ .

En teststorhet är konstruerad enligt uttrycket

$$T = \arg_{\theta_2} \min_{\theta_2, \theta_3} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t|\theta, \theta_1 = 0))^2$$

Vilka fel är avkopplade i teststorheten och vilka fel är teststorheten känslig för? Ange vilket/vilka fel som isoleras från vilket/vilka i teststorheten. Motivera! (3 poäng)

- b) För att utvärdera teststorheter kan så kallade styrkefunktioner användas. Det är generellt svårt att härleda ett analytiskt uttryck för styrkefunktionen. Ett alternativ är då att skatta styrkefunktionen från uppmätta data. Problemet är att oftast så är endast felfria data tillgängliga.

Beskriv hur styrkefunktionen ändå kan skattas från felfria data. Antag att fel i sensorerna ska analyseras. (3 poäng)

- c) Antag att systemet i b-uppgiften opererar i sluten-loop, dvs. de eventuellt felande sensorernas värden återkopplas. Ange hur resonemanget från b-uppgiften påverkas av återkopplingen. (1 poäng)

### Uppgift 5.

- a) Antag en statisk olinjär modell

$$y(t) = h(u(t), f_1(t), f_2(t))$$

där  $h$  är en känd olinjär funktion,  $y$  och  $u$  är kända signaler och  $f_i, i = 1, 2$  representerar två fel. Felfritt fall svarar mot  $f_i = 0$ . Av fysikaliska skäl kan felen antas variera mycket långsamt.

Skriv upp modellen för felmod 1 och konstruera en residualgenerator, via observatörsteknik, som isolerar fel  $f_2$  från fel  $f_1$ . Ange hur designparametrar i observatören väljs. (3 poäng)

- b) Antag en modell

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -c_1x_1 - c_2x_2 + c_3x_3 + f_1 \\ \dot{x}_3 &= -c_4x_2 - c_5x_3 - c_6x_4\varphi(x_3) \\ \dot{x}_4 &= -c_7x_4 + c_8u \\ y_1 &= x_1 + f_2 \\ y_2 &= x_3 + f_3\end{aligned}$$

där  $c_i$  är kända konstanter,  $y_i$  och  $u$  kända signaler, och  $f_i$  representerar tre fel.

Konstruera en residualgenerator som isolerar fel  $f_2$  från fel  $f_1$ . Använd observatörsteknik eller konstruera en konsistensrelation. Brusnivåerna kan antas vara tillräckligt låga för att upp till andra ordningens derivator av mätsignaler tillförlitligt kan skattas. (4 poäng)

### Uppgift 6. Antag en statisk modell

$$\begin{aligned}x &= u + \theta_1 + \epsilon_1 \\ y &= 2x + \theta_2 + \epsilon_2\end{aligned}$$

där  $y$  och  $u$  är kända signaler,  $\epsilon_i, i = 1, 2$  är oberoende Gaussiska brus med medelvärde 0 och varians 1. Parametrarna  $\theta_i$  representerar två olika felmoder  $F_1$  och  $F_2$ , där  $\theta_i = 0$  för felfritt och  $\theta_i = 1$  i felmod  $F_i$ .

- a) Konstruera ett maximum-likelihood test som detekterar fel. Med fel menas både enkel och multipelfel. För enkelhets skull, antag att testet konstrueras baserat på 1 mätpunkt, dvs. ett uppmätt par  $(y, u)$ . (3 poäng)
- b) För felisolering, antag att man vill beräkna sannolikheten för felmod givet observation, dvs. sannolikheterna

$$P(F_1|y), P(F_2|y), P(F_1 \text{ och } F_2|y)$$

Antag att felen inträffar oberoende av varandra med sannolikhet  $p_1$  respektive  $p_2$ .

Härled uttryck för sannolikheterna ovan. (4 poäng)

Tips: Täthetsfunktionen för en normalfördelning med väntevärde  $\mu$  och standardavvikelse  $\sigma$  är

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$