Tentamen

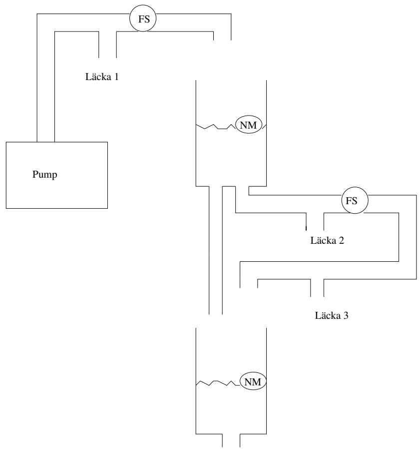
TSFS06 Diagnos och övervakning
12 januari, 2012, kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori samt miniräknare.

Ansvarig lärare: Erik Frisk

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1.



Systemet ovan är utrustad med 4 sensorer där NM=Nivå-Mätare och FS=Flödes-Sensor.

En normaliserad modell i det felfria fallet kan skrivas som:

$$\begin{aligned}\dot{h}_1 &= -(a_{10} + a_{11})\sqrt{h_1} + bu \\ \dot{h}_2 &= -a_2\sqrt{h_2} + (a_{10} + a_{11})\sqrt{h_1}\end{aligned}$$

där a_{10} och a_{11} är kända konstanter proportionella mot arean hos utflödena från den övre tanken och a_2 motsvarande för den undre tanken. Konstanten b är en känd konstant som beskriver pumpens funktion.

Utöka modellen med modeller över följande fel: (5 poäng)

1. Fel i sensorerna
2. Läckage på de tre utpekade ställena
3. Igenkloggning av direktförbindelsen mellan övre och undre tank, dvs. förbindelsen som ej går via flödessensorn.

Uppgift 2. Betrakta det linjära, tidsdiskreta, dynamiska systemet

$$\begin{aligned}x_1(t+1) &= 0.95x_1(t) + 0.05u(t) \\ x_2(t+1) &= 0.1x_1(t) + 0.9x_2(t) \\ y_1(t) &= x_1(t) \\ y_2(t) &= x_2(t)\end{aligned}$$

a) Inför additiva fel på aktuatorn samt de två sensorerna och skriv modellen på den generella formen

$$H(q)x + L(q)z + F(p)f = 0$$

där q är tidsskiftsoperatorn, x är de okända signalerna, z de kända signalerna, samt f felen som ska övervakas. (2 poäng)

b) Ange dimensionen på det linjära rummet av residualgeneratorer för modellen. (1 poäng)

c) Konstruera en första ordningens residualgenerator, skriven på tillståndsform, som isolerar fel i sensorerna från fel i aktuatorn. (4 poäng)

Tips: Den observerbara kanoniska formen av

$$G(q) = \frac{b_1 q^{n-1} + \cdots + b_{n-1}q + b_n}{q^n + a_1 q^{n-1} + \cdots + a_{n-1}q + a_n}$$

är

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Uppgift 3. Antag en beslutsstruktur enligt tabellen

	f_1	f_2	f_3	f_4
r_1		X	X	
r_2	X		X	X
r_3		X		X
r_4	X		X	

a) Antag att alla residualer känsliga för fel f_1 reagerat och skriv ned alla genererade konflikter med logiknotation samt ange vilka som är minimala. Ta också fram alla minimala diagnoser och hur många diagnoser det finns totalt. (4 poäng)

b) Antag ett dubbelfel $f_1\&f_3$ och att alla residualer som kan reagera också gör det. Ta fram de minimala diagnoserna och diskutera resultatet. (2 poäng)

Uppgift 4.
Antag en residualgenerator med den interna formen

$$r_{\text{intern}} = f + 2v$$

där f är felsignalen som vi vill detektera och v är en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde 0 och standardavvikelse σ. Baserat på residualen definieras ett diagnostest som larmar då $|r| > J$ där $J > 0$ är en förbestämd tröskel.

a) Definiera och illustrera falsklarmsannolikhet och sannolikhet för missad detektion för ett fel med storlek $f = f_0 \neq 0$. Sannolikheterna kan illustreras i en figur som visar fördelningen för residualen och ett lämpligt tröskelvärde. Skissa figuren och markera sannolikheterna på lämpligt sätt. (1 poäng)

b) Låt funktionerna $\Phi(x)$ och $\Gamma(\alpha)$ definieras av

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} ds, \quad \Gamma(\alpha) = \Phi^{-1}(\alpha)$$

För testet som definierats ovan, teckna med hjälp av $\Phi(x)$ och $\Gamma(\alpha)$

1. sannolikheten för falsklarm som funktion av tröskeln J
2. sannolikheten för missad detektion givet ett fel av storlek $f = f_0 \neq 0$ som en funktion av tröskeln J.
3. hur tröskeln J beräknas givet en falsklarmssannolikhet α.

(3 poäng)

c) Beskriv, med ord eller en figur, hur falsklarmsannolikheten och sannolikheten för missad detektion beror av valet av tröskeln J? (1 poäng)

d) Definiera styrkefunktionen, rita upp ett typiskt utseende och markera sannolikheterna för falsklarm samt missad detektion i figuren. Teckna också styrkefunktionen med hjälp av $\Phi(x)$ och $\Gamma(\alpha)$. (1 poäng)

Uppgift 5. Betrakta modellen

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= 3\,\theta_1\,x_1(x_3 - x_1 - 0.5\,x_2) + x_3 \\
\dot{x}_2 &= \theta_2\,x_2(x_1 - x_2) \\
\dot{x}_3 &= x_3(0.2 - x_1 - x_2) \\
y_1 &= x_1 + f_1 \\
y_2 &= x_2 + f_2
\end{aligned}$$

där x_i är obekanta, y_i är kända, θ_i och f_i är variabler som beskriver fel. I det felfria fallet är variablerna $\theta_i = 1$ och $f_i = 0$. Varken θ_i eller f_i kan antas vara konstanter.

a) Ta fram en konsistensrelation som kan användas för att detektera en förändring i parametern θ_2 men som ej är känslig för förändring i parametern θ_1. Teckna en residual där det kan antas att derivator av kända variabler också är kända. (3 poäng)

b) Ta bort antagandet från a-uppgiften att derivator är kända. Inför stabil residualgenerator-dynamik och skriv residualgeneratorn på tillståndsform. (2 poäng)

c) Konstruera en observatör som är känslig för förändringar i θ_1 men ej för förändringar i θ_2. Beskriv en metod för att bestämma återkopplingsförstärkningen i observatören. (3 poäng)

Uppgift 6. Ett allmänt uttryck för en adaptiv tröskel är

$$J_{\text{adaptiv}} = c_1 W(y,u) + c_2$$

där c_1 och c_2 är konstanter och funktionen $W(y,u)$ är ett mått på rådande modellosäkerhet.

Ange ett sätt att beräkna en funktion $W(y,u)$ då modellen parametriseras av en parametervektor θ och där teststorheten för hypoteserna

$$H^0 : \theta \in \Theta_0 \qquad H^1 : \theta \notin \Theta_0$$

beräknas genom

$$T(y,u) = \min_{\theta \in \Theta_0} \sum_{t=1}^{N} (y(t) - \hat{y}(t|\theta))^2$$

där $\hat{y}(t|\theta)$ är en prediktor för mätsignalen y. (2 poäng)

Uppgift 7. Betrakta följande två isolationsmatriser

	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	X	X		
f_2		X		
f_3	X	X	X	
f_4	X	X		X

	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	X	X		
f_2		X		
f_3	X	X	X	
f_4	X			X

där ett X på rad i kolumn j indikerar att fel i ej är isolerbart från fel j.

a) Ange vilken/vilka av de två ovanstående isolationsmatriserna som är möjliga, dvs. där det går att skapa ett diagnossystem som uppnår isolerbarhetsegenskaperna. Antag att residualer med godtycklig felkänslighet kan skapas. Dock kan ej antas att en viss residual *alltid* reagerar på ett givet fel.

Motivera ditt svar. (4 poäng)

b) För den/de strukturer som är möjliga, ta fram motsvarande beslutsstrukturer för minimalt antal residualgeneratorer som realiserar isolationsegenskaperna. (2 poäng)