

# TSFS09 – Modellering och Reglering av Motorer och Drivlinor (MoDr)

Fö 2 - Medelvärdesmodellering forts.

Lars Eriksson - Kursansvarig

Fordonssystem, Institutionen för Systemteknik  
Linköpings universitet  
larser@isy.liu.se

September 1, 2020

2/48

## Innehållsförteckning

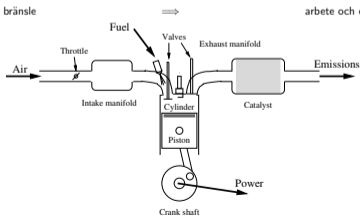
- 1 Repetition
  - Trottelflöde
- 2 Medelvärdesmodellering – Luftens väg
- 3 Medelvärdesmodellering – Bränslets väg
- 4 Modellering och parameterbestämning

3/48

## En viktig bild

Luft och bränsle

⇒ arbete och emissioner



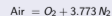
4/48

## Vad är luft?

Constituent	Symbol	Molar mass	Volume [%]	Mass [%]
Oxygen	$O_2$	31.999	20.95	23.14
Nitrogen	$N_2$	28.013	78.09	75.53
Argon	$Ar$	39.948	0.93	1.28
Carbon dioxide	$CO_2$	44.010	0.03	0.05
Neon	$Ne$			
Helium	$He$			
	$\vdots$			

## En enkel modell

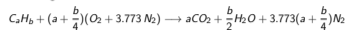
- Syre är syre.
- Allt annat är atmosfärsiskt kväve.



5/48

## Förbränning och stökiometri

- Perfekt förbränning av ett kolväte



- Stökiometriskt luft/bränsle-förhållande

$$(A/F) = \frac{m_a}{m_f} \text{ och } (A/F)_s = \frac{(a + \frac{b}{4})(2 \cdot 16.00 + 3.773 \cdot 2 \cdot 14.007)}{12.01 a + 1.008 b}$$

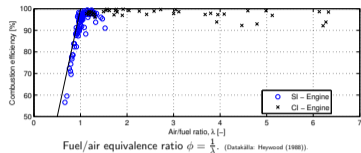
- Normaliserat luft/bränsle-förhållande

$$\lambda = \frac{(A/F)}{(A/F)_s} = \frac{\frac{m_a}{m_f}}{(A/F)_s} \text{ och } \phi = \frac{1}{\lambda}$$

## Frigjord värme och en enkel modell

$$Q = \min(\lambda, 1) \cdot m_f \cdot q_{LHV}$$

## Luft/Bränsleförhållande och bränsleomvandlingsgrad

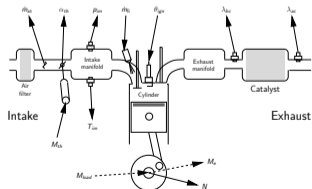


## Frigjord värme och en enkel modell

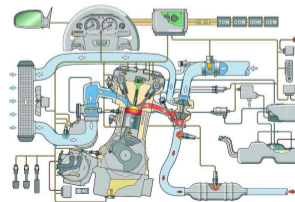
$$Q = \min(\lambda, 1) \cdot m_f \cdot q_{LHV}$$

## Medelvärdesmodellering - Ett sensor/aktuator perspektiv

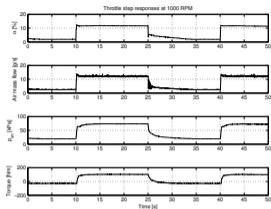
Samband mellan aktuator och sensorer samt sensorer inbördes.



## Stegsvar: Trottle → Luftmassflöde, Insugstryck, Moment



## Stegsvar: Trottelt → Luftmassflöde, Insugstryck, Moment

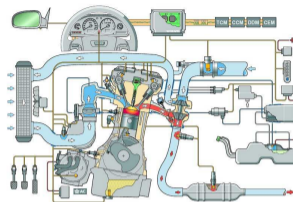


### Modell-mål

Bygga virtuell motor.  
 Förstå signalerna.  
 Modellen ska generera signalerna.  
 Insignal ( $u$ ) = trottelt vinkel.  
 Delmodeller för utsignaler:  
 - Trotteltflöde.  
 - Insugsdynamik.  
 - Momentmodell.

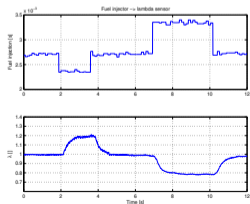
10 / 48

## Stegsvar: Bränsleinjektor → Lambda sensor



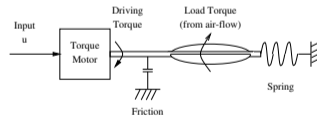
11 / 48

## Stegsvar: Bränsleinjektor → Lambda sensor



12 / 48

## Model 1: Trottelt rörelse



Drivande moment,  $M_{th} \Rightarrow$  Trotteltvinkel,  $\alpha$   
 Rörelsedynamik, DC-motor med återföringsfjäder (Newtons 2a lag)

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + a \frac{d\alpha}{dt} = b \cdot (M_{th} - M_{air}) - c \cdot (\alpha - \alpha_0)$$

Modellering av  $M_{air}$  är inte lätt (montering och aerodynamic)

**Användning:** Reglerdesign av trottelservo.

13 / 48

## Luftflödesmodell

Kompressibel isentropisk strömning genom en strypning.

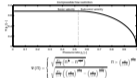
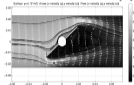
$$\dot{m}_{at} = \frac{p_{amb}}{\sqrt{RT_{amb}}} \cdot A_{th}(\alpha) \cdot C_{th}(\alpha) \cdot \Psi(\Pi)$$

Densitet uppströms, högre densitet ger högre massflöde.

Area  $A_{th}(\alpha)$

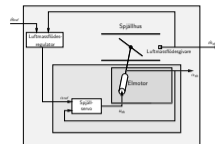
Kontraktion  $C_{th}(\alpha)$

Ljudhastigheten



14 / 48

## Sammanfattning av trottellmodellerna



Fyra modeller (tre numererade):

Modell 1: Trottellrörelse

$$u_{th} \rightarrow \alpha$$

Modell 2: Trottelservo

$$\alpha_{ref} \rightarrow \alpha$$

Modell 3: Luftmassflöde:

$$A(\alpha) \rightarrow \dot{m}_{at}$$

Modell 4: Luftmassflödesregulator:

$$\dot{m}_{at,ref} \rightarrow \dot{m}_{at}$$

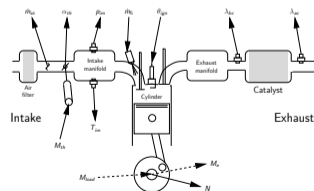
15 / 48

## Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Medelvärdesmodellering – Luftens väg
  - Massflöde till cylinder
  - Tryckkuppbyggnads dynamik
  - Simulering
  - Insugsrörsmodell – Validering
- 3 Medelvärdesmodellering – Bränslets väg
- 4 Modellering och parameterbestämning

16 / 48

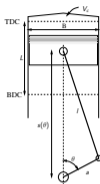
## Medelvärdesmodellering - Massflöde till motor



17 / 48

## Motorgeometri – Kort ordlista

Beteckning	Engelska	Svenska
$V_d$	Displacement volume	Sveptvolym (motorvolym)
$V_c$	Clearance volume	Kompressionsvolym
$B$	Bore	Borring
$S$	Stroke	Slag
$l$	Connecting rod length	Vevstakslängd
$a$	Crank radius	Vevaxelradie
$\theta$	Crank angle	Vevaxelvinkel



Total volym för motorn:  $V_D = V_d n_{cyl}$ .

Kompressionsförhållandet är en designparameter för motorn.

$$r_c = \frac{V_d + V_c}{V_c}$$

18 / 48

## Insugsrör – Fyllnadsgrad

Fyllnadsgrad = volumetric efficiency

$$\eta_{vol} = \frac{\text{volymflöde in i motor}}{\text{svept volym per tidsenhet}} = \frac{\frac{\dot{m}_{ac}}{\rho_a} N}{V_d n_{cyl} N} = \frac{\dot{m}_{ac} n_r}{\rho_a V_d n_{cyl} N}$$

Beskriver motorns förmåga att suga in ny luft

- "Mappas" upp i bromsbänk  $\eta_{vol}(N, p_{im})$
- Inkluderas som en delmodell i en större modell

Ett exempel:

$$\eta_{vol}(N, p_{im}) = c_0 + c_1 N + c_2 p_{im} + c_3 N p_{im} + \dots$$

parametrarna  $c_i$  bestäms från mätdata med minstakvadratmetoden

19 / 48

## Insugsrör – Luftflöde

Modellen för luftflödet till cylinderna

$$\dot{m}_{ac}(N, p_{im}, \rho_a) = \eta_{vol}(N, p_{im}) \frac{\rho_a V_d n_{cyl} N}{n_r}$$

densiteten från ideala gaslagen  $\rho = \frac{p}{RT} = \frac{p}{R T}$

$$\dot{m}_{ac}(N, p_{im}, T_{im}) = \eta_{vol}(N, p_{im}) \frac{\rho_{im} V_d n_{cyl} N}{R T_{im} n_r}$$

$\eta_{vol}(N, p_{im})$  "mappas" upp i bromsbänk

20 / 48

## Insugsrör – Luftflöde – Mappar



$$\dot{m}_{ac}(N, p_{im}) \propto \eta_{vol}(N, p_{im}) \frac{N p_{im}}{T_{im}}$$

Vi kan ju mäta  $\dot{m}_{ac}$ , så varför gå omvägen via  $\eta_{vol}(N, p_{im})$ ?

- Flödet beror på var vi "kör" men det gör inte effektiviteten.
- Modellen skall klara av andra omgivningstryck/temperaturer!

21 / 48

## Insugsrör – Tryckupbyggnad

Insugsrör – Kontrollvolym med massbevarande

- Massförändring

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac}$$

- Tillståndsekvation – ideala gaslagen

$$p_{im} = \frac{m R T_{im}}{V_{im}}$$

- Antar att  $R$ ,  $T_{im}$  och  $V_{im}$  är konstanta, endast massan förändras

$$\frac{dp_{im}}{dt} = \frac{R T_{im}}{V_{im}} \frac{dm}{dt} = \frac{R T_{im}}{V_{im}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac})$$

### Första dynamiska modellen i kursen

Beskriver hur trycket förändras vid obalans i flödena.

Stationaritet:  $dp/dt=0$  gör att  $\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac} = 0$ .

Finns ingen sensor för  $\dot{m}_{ac}$  men vid stationaritet så är  $\dot{m}_{at} = \dot{m}_{ac}$ . Grunden för "mapping".

22 / 48

## Simulering – Ordinära differentialekvationer

Linjära system	Olinjära system
$\frac{dx(t)}{dt} = A x(t) + B u(t)$	$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t))$
$y(t) = C x(t) + D u(t)$	$y(t) = g(x(t), u(t))$

Känner  $f(x, u)$ ,  $g(x, u)$ ,  $u(t)$ , samt  $x(t_0)$ .

Söker lösningen  $x(t)$  for  $t \in [t_0, t_{end}]$

Vad blir  $x(t)$ ?

$$\int_{t_0}^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} d\tau = x(t) - x(t_0)$$

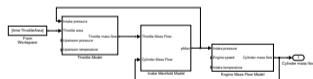
$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t f(x(\tau), u(\tau)) d\tau$$

Implementering i Simulink:  $\int u(t) dt = \frac{1}{s} u(t)$

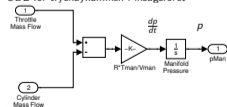
Numeriska lösningsmetoder (Euler, Runge-Kutta, Adams, ...)

23 / 48

## Implementering av tryckupbyggnad



ODE för tryckdynamiken i insugsröret



$$\frac{dp}{dt} = \frac{R T_{im}}{V_{im}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac})$$

$$p(t) = p_0 + \int_{t_0}^t \frac{dp}{dt} dt$$

$$p(t) = p_0 + \int_{t_0}^t \frac{R T_{im}}{V_{im}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac}) dt$$

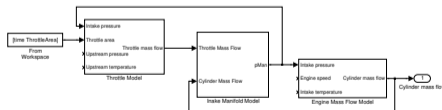
$$p(t) = p_0 + \frac{1}{s} \frac{R T_{im}}{V_{im}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac})$$

Specifera initialtillståndet  $p_0 = p(t_0)$  i  $\frac{1}{s}$

24 / 48

## Insugsrör – Modellvalidering

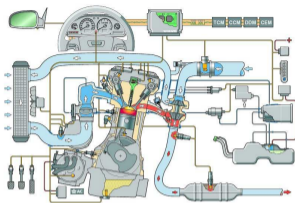
- Validering – Jämföra modell och verklighet (mätning)



- Koppla in uppmätta signaler till modellen
- Simulera  $\Rightarrow$  Utsignal
- Jämför simuleringresultatet med mätningen

25 / 48

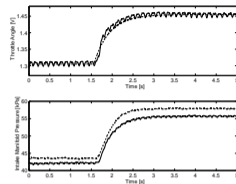
## Insugrörmodell – Validering



26 / 48

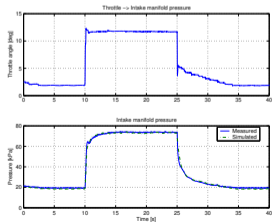
## Insugrör – Modellvalidering

Trottel, insugrör, fyllnadsgradsmodell



27 / 48

## Validering 2: Insugrör



28 / 48

## Modellering av gasflöden

Olika modeller för olika flödestyper.

- Är flödet laminärt eller turbulent?

$$Re = \frac{\rho U d}{\mu} = / \text{ pipe flow } / = \frac{\rho \dot{m} d}{\mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi d \mu}$$

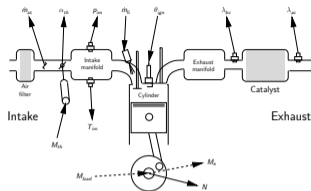
$Re > 5000$  turbulent

$Re < 2000$  laminärt

- Hur snabbt flödar gasen?  
 $U < 70$  m/s inkompressibelt  
 $U > 70$  m/s kompressibelt flöde
- De flesta flöden i motorerna är
  - turbulent
  - inkompressibelt
- Vissa reglerventiler behöver modelleras om kompressibla.

29 / 48

## Medelvärdesmodellering - Flöden i andra komponenter



30 / 48

## Inkompressibla flödesmodeller

- Laminärt flöde

$$\Delta p = C_{lam} \frac{R T_{us}}{\rho_{us}} \dot{m} \iff \dot{m} = \frac{1}{C_{lam}} \frac{\rho_{us}}{R T_{us}} \Delta p$$

där  $C_{lam}$  är en modellparameter och  $\frac{R T_{us}}{\rho_{us}}$  är densiteten.

- Turbulent flöde

$$\Delta p = C_1 \rho_{us} U^2 = C_2 \frac{R T_{us}}{\rho_{us}} \dot{m}^2$$

$$\dot{m} = C_3 \sqrt{\frac{\rho_{us} \Delta p}{R T_{us}}}$$

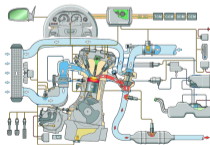
- Båda inkluderar densitets "korrection"  $\frac{R T_{us}}{\rho_{us}}$

31 / 48

## Inkompressibelt turbulent flöde

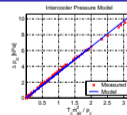
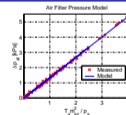
Inkompressibelt turbulent flöde passar för

- Luftfilter
- Intercooler (laddluftskylare)
- EGR kylare
- Avgassystem (ljuddämpare)
- Partikel filter
- Katalysator



32 / 48

## Intercooler, luftfilter and avgassystem



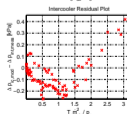
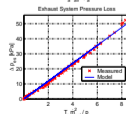
Bra överensstämmelse med Enkel modell för tryckfall

$$\Delta p = C_1 \rho_{us} U^2 = C_2 \frac{R T_{us}}{\rho_{us}} \dot{m}^2$$

Invers ger flödet:

$$\dot{m} = C_3 \sqrt{\frac{\rho_{us} \Delta p}{R T_{us}}}$$

Modellen används på detta sätt i MVEM.

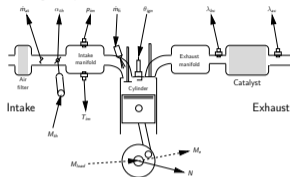


33 / 48



## Medelvärdesmodellering - Luftens väg

- Återanvändning – Snabbar upp produktutvecklingen.
- Cylindermodellen: 3 komponenter
  - Luftmassflöde –Avgasttemperatur –Moment



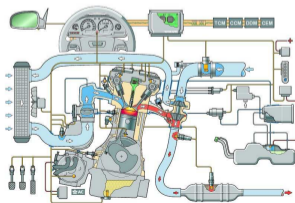
34 / 48

## Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Medelvärdesmodellering – Luftens väg
- 3 Medelvärdesmodellering – Bränslets väg**
  - Bränsleinjektor
  - Bränsledynamik – Bränslefilm
  - Bränslets väg – Validering
- 4 Modellering och parameterbestämning

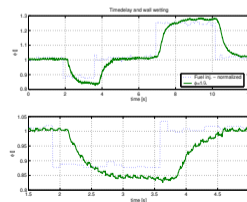
35 / 48

## Bränslets väg



36 / 48

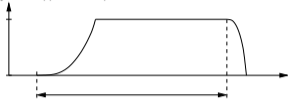
## Modelleringsuppgift



37 / 48

## Bränsleinjektor

- Injektorn öppnas av en puls

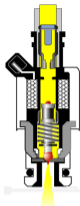


- Sammanslagen öppnings- och stängningstid  $t_0$ .
- Injicerad massa per cykel

$$m_{fi} = c \sqrt{\Delta p} (t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$

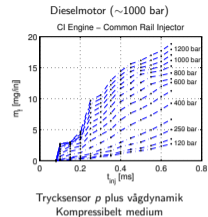
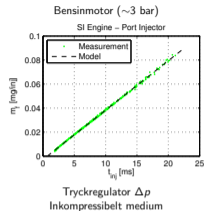
- Bränsleflöde per sekund

$$\dot{m}_{fi} = \frac{N n_{cyl}}{n_r} m_{fi} = N c_1 (t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$



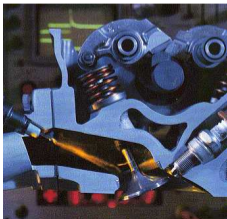
38 / 48

## Bränsleinjektor



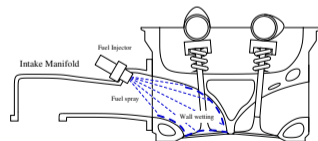
39 / 48

## Bränsleflöde – Bränslefilm



40 / 48

## Bränsleflöde – Bränslefilm



En del  $(1 - X)$  går direkt in i cylindern.

En del  $X$  träffar väggarna och fastnar i en bränslefilm.

Bränslet avdunstar från filmen med en tidskonstant  $\tau_{fp}$

och går slutligen in i cylindern.

Massans bevarande + avdunstningsarea proportionell mot massan.

41 / 48

## (A/F) – Transportfördröjning och sensordynamik

In till cylinder

$$\lambda(t) = \frac{\dot{m}_{in}(t)}{\dot{m}_{in}(t)} \frac{1}{(A/F)_t}$$

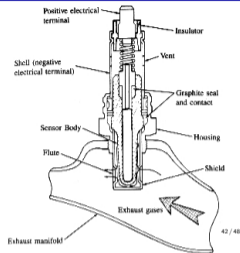
Tidsfördröjning,  $\tau_d(N)$

$$\lambda_{exh}(t) = \lambda(t - \tau_d(N))$$

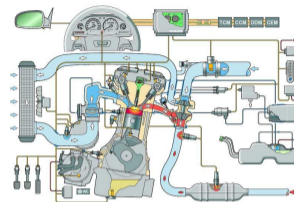
Sensordynamik

$$\frac{d}{dt} \lambda_s(t) = \frac{1}{\tau_s} (\lambda_{exh}(t) - \lambda_s(t))$$

$$\frac{d}{dt} \lambda_s(t) = \frac{1}{\tau_s} (\lambda(t - \tau_d(N)) - \lambda_s(t))$$



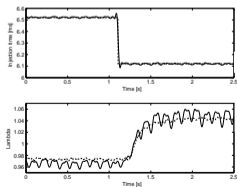
## Bränslets väg – Validering



43 / 48

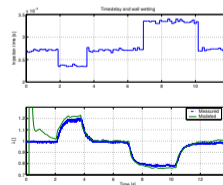
## (A/F) – Modellvalidering

Injektor, väggvätning, tidsfördröjning och sensordynamik.



44 / 48

## (A/F) – Modellvalidering (en annan motor)



–Glöm inte bort att sätta initialvärden!

45 / 48

## Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Medelvärdesmodellering – Luftens väg
- 3 Medelvärdesmodellering – Bränslets väg
- 4 Modellering och parameterbestämning

46 / 48

## Modelleringsmetodologi – parameterbestämning

Hur kan man bestämma modellparametrar?

- Fysik och grundläggande principer.
- Givet i datablad från tillverkaren.
- Stegvarsexperiment (se laborationskompendiet).
  - Uppmätta insignaler in till modellen, Jämför modellutsignal och uppmätt utsignal.
    - Manuell tuning
    - Systematisk optimering, minstakvadrat (linjär, olinjär).

Minsta kvadrat (MK) metoden är modellerarens standardverktyg. I linjär algebra kursen så handräknade ni för att förstå principerna. Nu, används Matlab och vi löser linjära MK problem enkelt. Kan lösa tusentals MK problem.

47 / 48

## Innehållsförteckning

- 1 Repetition
  - Trottefflöde
- 2 Medelvärdesmodellering – Luftens väg
  - Massflöde till cylinder
  - Tryckuppbyggnads dynamik
  - Simulering
  - Insugsrörsmodell – Validering
- 3 Medelvärdesmodellering – Bränslets väg
  - Bränsleinjektor
  - Bränsledynamik – Bränslefilm
  - Bränslets väg – Validering
- 4 Modellering och parameterbestämning

48 / 48