

## TSFS09 – Modelling och Reglering av Motorer och Drivlinor – Fö 9

### Drivlina – modellering

Lars Eriksson - Kursansvarig

Fordonssystem, Institutionen för Systemteknik  
Linköpings universitet  
larez@isy.liu.se

November 30, 2020

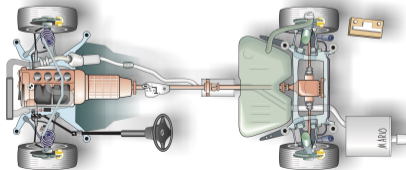
2/40

## Innehållsförteckning

- 1 Drivlina – Översikt
- 2 Fordonsrörelse och Färdmotstånd
- 3 Drivlina – Modellering
- 4 Drivlina – Intern dynamik
- 5 Drivlina – Utblick

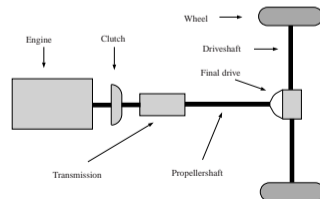
3/40

## Drivlinans komponenter



4/40

## Drivlinans komponenter



5/40

## Drivlinans roll

### Övergripande Mål

Övergripande mål vid forskning och utveckling av framtidens fordonssystem

- effektivt arbete
- låga emissioner
- "körbarhet"
- säkerhet

Vilken betydelse har drivlinan i dessa sammanhang?

6/40

## Innehållsförteckning

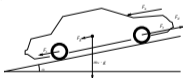
- 1 Drivlina – Översikt
- 2 Fordonsrörelse och Färdmotstånd
  - Luftmotstånd
  - Rullmotstånd
  - Gravitation
- 3 Drivlina – Modellering
- 4 Drivlina – Intern dynamik
- 5 Drivlina – Utblick

7/40

## Fordonsrörelse och färdmotstånd

Newton's andra lag för ett fordon

$$m_v \frac{d}{dt} v(t) = F_w(t) - (F_a(t) + F_r(t) + F_g(t) + F_d(t))$$



- $F_w$  – tractive wheel force, drivkraft
- $F_a$  – aerodynamic drag force, luftmotstånd
- $F_d$  – disturbance force, störning
- $F_r$  – rolling resistance force, rullmotstånd
- $F_g$  – gravitational force, väg lutning och gravitation.

### Färdmotstånd:

$$F_{DR} = F_a + F_r + F_g$$

8/40

## Luftmotstånd – Förlust

### Luftmotståndskraft

Frontalarea  $A_f$ , motståndskoefficient  $c_d$ , luft densitet  $\rho_a$  och fordonshastighet  $v(t)$

$$F_a(t) = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot A_f \cdot c_d \cdot v(t)^2$$

### Ungefärliga bidrag till luftmotståndet $F_a$

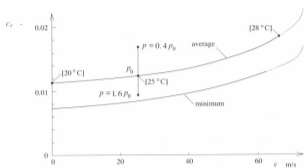
- 65% fordonschassi
- 20% hjulhus
- 10% utvändiga speglar, avvattningslister, fönsterlister, antenner, etc.
- 5% motorventilation.

9/40

## Rullmotstånd – Förlust

Rullmotståndet beror på: – Last och däck/väg motstånd

$$F_r(v, p_t, \text{surface}, \dots) = c_r(v, p_t, \dots) \cdot m_v \cdot g \cdot \cos(\alpha), \quad v > 0$$



Fordonshastigheten har liten påverkan vid låga hastigheter..

Ökar kraftigt vid höga hastigheter där resonanser börjar inträda.

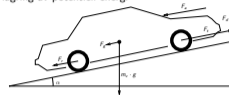
Antaganden i boken:  
 $c_r$  – constant

$$F_r = mg (f_0 + f_S v) \cos(\alpha) \quad \cos(\alpha) \approx 1 \text{ often neglected}$$

12 / 40

## Gravitationens Kraft

- Gravitationens belastande kraft  
– Inte en förlust, lagring av potentiell energi



- I körning vid upp- och nedförsbackar får vi en kraft från gravitationen.

$$F_g = m_v g \sin(\alpha)$$

- Antar ofta platt väg  $\alpha = 0$  om inget annat är sagt.

13 / 40

## Drivlina – Fordonets Färdmotstånd

Sammanställning av fordonets färdmotstånd **Model 2.3**

$$F_{DR} = \frac{1}{2} c_w A_s \rho_a v^2 + mg (f_0 + f_S v) + mg \sin(\alpha)$$

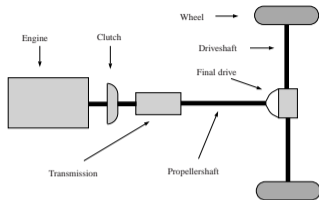
12 / 40

## Innehållsförteckning

- 1 Drivlina – Översikt
- 2 Fordonsrörelse och Färdmotstånd
- 3 Drivlina – Modellering
  - Söndra och härska
  - Sammanställning av ekvationerna
- 4 Drivlina – Intern dynamik
- 5 Drivlina – Utblick

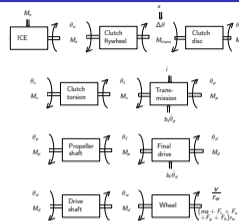
13 / 40

## Drivlinas komponenter



14 / 40

## Drivlina - Modellering



15 / 40

## Drivlina - Modellering

### Ett första exempel

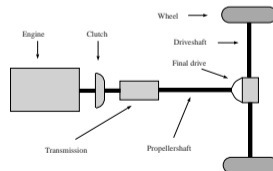
Stel drivlina, växellåda och slutväxel sammanslagna till en växel.

### Illustrerar följande viktiga idéer:

- friläggning av komponenter i drivlina
- systematik
- fordonets massa som effektivt tröghetsmoment
- spegling av tröghetsmoment med  $i^2$

16 / 40

## Stel Drivlina - Komponenter och Variabler



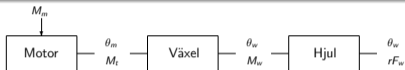
I många tillämpningar kan man strunta i drivlinans inre tillstånd och betrakta axlarna som stela och masslösa.

17 / 40

## Stel Drivlina - Modelleringsmetod

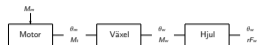
### Systematisk Metodik

- Komponentbaserad modellering – Söndra och härksa
- Inför hjälpvariabler
- Skriv ned ekvationerna för komponenterna
- Välj tillstånd
- Samla ihop ekvationerna och ta bort hjälpvariabler



18 / 40

## Stel Drivlina - Komponenter och Variabler



### Engine

Motorn modelleras med Newton's andra lag

$$J_e \ddot{\theta}_e = M_e - M_t$$

### Wheel

Rullvillkor  $v = r_w \dot{\theta}_w$  Newton's andra lag för hjulet, friktion=0.

$$J_w \ddot{\theta}_w = M_w - F_w r_w$$

### Transmission

Växellåda + slutväxel ger utväxling  $i_t = i_t i_f$

$$\theta_e = \theta_w i_t$$

$$M_t i_t = M_w$$

### Vehicle

Newton's andra lag enligt tidigare

$$m_v \dot{v} = F_w - F_{DR}$$

19 / 40

## Stel Drivlina – Sammanställning

Slår ihop hjulet och fordonets ekvationer, och sammanställer övriga

$$\begin{aligned} (J_w + m r_w^2) \ddot{\theta}_w &= M_w - \frac{1}{2} c_w A_2 \rho_a r_w^3 i_t^2 \dot{\theta}_w^2 \\ &\quad - r_w m g (f_0 + f_S r_w \dot{\theta}_w) - r_w m g \sin(\alpha) \\ \theta_e &= \theta_w i_t \\ M_t i_t &= M_w \\ J_e \ddot{\theta}_e &= M_e - M_t \end{aligned}$$

### Tillståndsväl

Här finns ett val, skall vi välja motor- eller hjul-hastighet som tillstånd?

–Väljer oftast hjulhastighet eftersom vi är intresserade av fordonets rörelse.

20 / 40

## Stel drivlina – En-massemodell

Resultatet är samlat i

### Modell 14.1 Basic driveline model

$$\begin{aligned} (J_w + m r_w^2 + i_t^2 i_f^2 J_e) \ddot{\theta}_w &= i_t i_f M_e \\ &\quad - m g f_S r_w^2 \dot{\theta}_w - \frac{1}{2} c_w A_2 \rho_a r_w^3 i_t^2 \dot{\theta}_w^2 \\ &\quad - r_w m g (f_0 + \sin(\alpha)) \end{aligned} \quad (1)$$

Modellstrukturen (1) visar hur fordonsförlusterna kommer in i modellen.

$$(J_w + m r_w^2 + i_t^2 i_f^2 J_e) \ddot{\theta}_w = i_t i_f M_e - r_w F_{DR} \quad (2)$$

21 / 40

## Stel Drivlina – Sammanställning och Mönster

### Ett första exempel

Stel drivlina, växellåda och slutväxel sammanslagna till en växel.

### Illustrerar följande viktiga idéer:

- friläggning av komponenter i drivlina
- systematik
- fordonets massa som effektivt tröghetsmoment
- spegling av tröghetsmoment med  $i^2$

$$\begin{aligned}(J_w + m r_w^2 + i_i^2 i_r^2 J_e) \ddot{\theta}_w &= i_i i_r M_e \\ &- m g f_S r_w^2 \dot{\theta}_w - \frac{1}{2} c_w A_a \rho_a r_w^3 \dot{\theta}_w^2 \\ &- r_w m g (f_0 + \sin(\alpha))\end{aligned}$$

22 / 40

## Stel drivlina – En-massemodell

### Egenskaper

- Stel drivlina
- Kopplar ihop motor och fordon
- Motor, drivlina, fordon – En massa

### Användningsområden

- Kopplar ihop ett fordons väglast med arbetspunkter i motormappen
- Bränsleförbrukningssimulering
- Accelerationssimulering
- Drivlinan i Projekt 1 kompletterat med koppling
- ...

23 / 40

## Innehållsförteckning

- 1 Drivlina – Översikt
- 2 Fordonsrörelse och Färdmotstånd
- 3 Drivlina – Modellering
- 4 Drivlina – Intern dynamik**
  - Val av tillstånd – Kancellation
- 5 Drivlina – Utblick

24 / 40

## Ett exempel: Scania 144L lastbil



- 14 liter V8 turbo diesel, 530 Hp, max-moment 2300 Nm. In-line fuel injection pump system.
- 14 växlar, retarder, OptiCruise.
- $m = 24\,000$  kg.

25 / 40



- Scania 14 liter V8 DSC14 engine.
- Scania transmission with retarder
- OptiCruise automatic gear-shifting system.

26 / 40

### Egenskaper?

- Vad händer om man trampar gasen i botten på en låg växel?
- Vad händer om man trampar gasen i botten på lite högre växel?

27 / 40

## Drivlina - Modellering

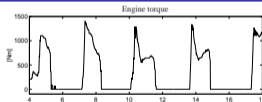
Mätgivare för hastighet hos

- $\dot{\theta}_e$  Svänghjul (motorn)  $\dot{\theta}_e$
- $\dot{\theta}_t$  Växellädans utaxel
- $\dot{\theta}_w$  Hjulen

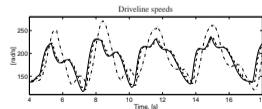
Measured Variables			
Variable	Node	Resolution	Rate
Engine speed, $\dot{\theta}_e$	Engine	0.013 rad/s	20 ms
Engine torque, $M_m$	Engine	1% of max torque	20 ms
Engine temp, $T_m$	Engine	1° C	1 s
Wheel speed, $\dot{\theta}_w$	ABS	0.033 rad/s	50 ms
Transmission speed, $\dot{\theta}_t$	Transmission	0.013 rad/s	50 ms

28 / 40

## Stegvarsexperiment – Pedaltrampningar från föraren



Pedaltramp, ej perfekta steg  
Exciter den interna dynamiken



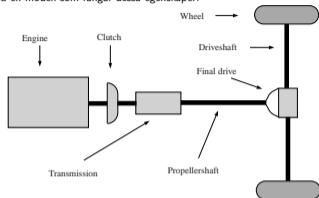
Skillnader i hastigheter  
Händer mycket mellan  
växellåda och hjul  
Intern dynamik i drivlinan

Det gällde att hålla i sig!

29 / 40

## Modelleringsupdrag

Vi behöver nu en modell som fångar dessa egenskaper.



Diskutera fenomenet med ingenjörerna som kan systemet.

30 / 40

## Drivlina - Modellering

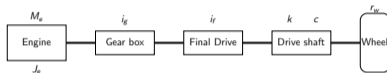
Fortsättning på **Enkelt exempel**

Illustrerar följande viktiga idéer

- torsionsmodellering
- val av tillstånd

Systematisk Metodik

- Söndra och härska
- Inför hjälpvariabler
- Skriv ned ekvationerna för komponenterna
- Välj tillstånd
- Samla ihop ekvationerna och ta bort hjälpvariabler



31 / 40

## Flexibel Drivlina – Modellering

Motor

$$J_e \dot{\omega}_e = M_e - M_t$$

Drivaxel (masslös torsionsfjäder)

$$M_{shaft} = k(\theta_f - \theta_w) + c(\omega_f - \omega_w)$$

Växellåda

$$\begin{aligned} \omega_e &= i_g \omega_t \\ M_t i_g &= M_f \end{aligned}$$

Hjul

$$\begin{aligned} J_w \dot{\omega}_w &= M_{shaft} - F_w r_w \\ r_w \omega_w &= v \end{aligned}$$

Slutväxel

$$\begin{aligned} \omega_t &= i_f \omega_f \\ M_f i_f &= M_{shaft} \end{aligned}$$

Fordon

$$m \dot{v} = F_w - \frac{1}{2} \rho c_d A v^2 - m g c_r - m g \sin \alpha$$

Fordonet frikopplas från växellådan genom torsionsfjädern.

Välja tillstånd, reflexmässigt tänker man 4 tillstånd men bättre med 3 – Kancellation.

32 / 40

## Drivlina - Modellering

Följande tillstånd väljs: drivaxelupprivning, motorvarvtal och hjulvarvtal (fordonshastighet):

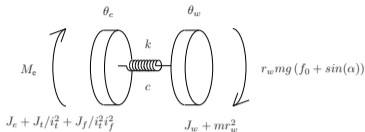
$$\begin{aligned} x_1 &= \theta_f - \theta_w = \frac{\theta_e}{i_g i_f} - \theta_w \\ x_2 &= \omega_e \\ x_3 &= \omega_w \end{aligned}$$

På tillståndsform blir detta

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{i_g i_f} x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J_e} \left( M_e - \frac{k}{i_g i_f} x_1 - \frac{c}{i_g i_f} \left( \frac{x_2}{i_g i_f} - x_3 \right) \right) \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{m r_w^2 + J_w} \left( k x_1 + \frac{c}{i_g i_f} x_2 - c x_3 - \frac{1}{2} \rho c_d A r_w^3 x_3^2 - r_w m g (c_r + \sin \alpha) \right) \end{aligned}$$

33 / 40





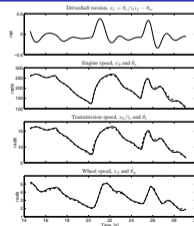
$$\begin{aligned}
 (J_e + J_t/i_t^2 + J_f/i_t^2 i_f^2) \ddot{\theta}_e &= M_e - M_{e,w} - (b_e/i_t^2 + b_f/i_t^2 i_f^2) \dot{\theta}_e \\
 &\quad - k(\theta_e/i_t i_f - \theta_w)/i_t i_f \\
 &\quad - c(\dot{\theta}_e/i_t i_f - \dot{\theta}_w)/i_t i_f \\
 (J_w + mr_w^2) \ddot{\theta}_w &= k(\theta_e/i_t i_f - \theta_w) + c(\dot{\theta}_e/i_t i_f - \dot{\theta}_w) \\
 &\quad - (b_w + mc_r r_w^2) \dot{\theta}_w - \frac{1}{2} c_w A_w r_w^2 \dot{\theta}_w^2 \\
 &\quad - r_w m (c_{r1} + g \sin(\alpha))
 \end{aligned}$$

Torsionen i drivaxeln, motorvarvtalet och hjulvarvtalet används som tillstånd enligt.

$$x_1 = \theta_e/i_t i_f - \theta_w, \quad x_2 = \dot{\theta}_e, \quad x_3 = \dot{\theta}_w$$

Allmänna reflektioner om modellering

- Experiment - stegsvar (egentligen hastigheter som trampsvar på gaspedalen)
- Två tillstånd mäts - ett är okänt
- Vilket är den viktigaste fysikaliska egenskapen som förklarar data
- Modellstruktursval
- Parameterskattning



Är modellen perfekt?

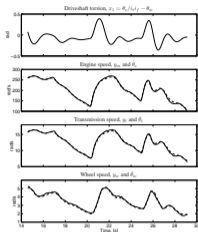
Vilken är nu den svagaste länken, dvs den viktigaste omodellerade effekt som behövs för att förklara data.

- Kopplingsdynamik?
- Kardandynamik?
- Sensordynamik?
- Olinjäriteter?

Det finns inga perfekta modeller!

Alla modeller har fel men några är användbara. G.P. Box

## Sensordynamik inkluderad

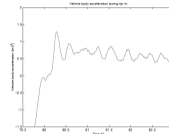


38 / 40

## Drivlina - Modelling

Är modellen perfekt nu då?

Det finns specialfall som kräver ännu noggrannare modeller.



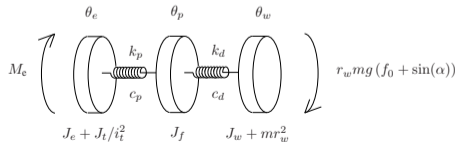
Exempel:

- Slag och säg. Shunt and shuffle. Klunk.
- Automatisk farthållning i svagt nedförslut.

39 / 40

## Drivlina - Modelling

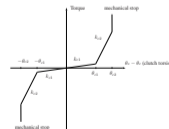
Linjär koppling och torsion i drivaxlarna.



40 / 40

## Drivlina - Modelling

Olinjär karaktäristik för kopplingen, grafisk beskrivning av en funktion  $M_{kc}(\cdot)$ .



41 / 40

## Olinjär Koppling

Ickelinjär koppling och torsion i drivaxelarna.

$$\begin{aligned} J_e \ddot{\theta}_e &= M_m - M_{fr,m} - M_{kc}(\theta_e - \theta_t i_t) \\ &\quad - c_c(\dot{\theta}_e - \dot{\theta}_t i_t) \\ (J_t + J_f/i_f^2) \ddot{\theta}_t &= i_t \left( M_{kc}(\theta_e - \theta_t i_t) + c_c(\dot{\theta}_e - \dot{\theta}_t i_t) \right) \\ &\quad - (b_t + b_f/i_f^2) \dot{\theta}_t \\ &\quad - \frac{1}{i_f} \left( k_d(\theta_t/i_f - \theta_w) + c_d(\dot{\theta}_t/i_f - \dot{\theta}_w) \right) \\ (J_w + m r_w^2) \ddot{\theta}_w &= k_d(\theta_t/i_f - \theta_w) + c_d(\dot{\theta}_t/i_f - \dot{\theta}_w) \\ &\quad - (b_w + m c_{r2} r_w) \dot{\theta}_w - \frac{1}{2} c_w A_{23} r_w^3 \dot{\theta}_w^2 \\ &\quad - r_w m (c_{r1} + g \sin(\alpha)) \end{aligned}$$

Funktionen  $M_{kc}(\cdot)$  är olinjära kopplingsmodellen.

44 / 40

## Drivlina - Modellering

### Metodik för modell användning

- Enkel modell för reglerdesign
- Utförligare modell för verifierande simuleringar

45 / 40

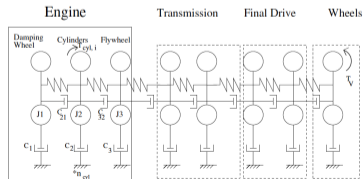
## Innehållsförteckning

- 1 Drivlina – Översikt
- 2 Fordonsrörelse och Färdmotstånd
- 3 Drivlina – Modellering
- 4 Drivlina – Intern dynamik
- 5 Drivlina – Utblick

44 / 40

## Drivlinemodeller – Avancerade tillämpningar

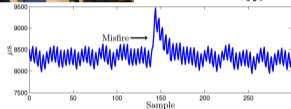
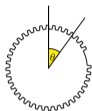
Analys av (högre) resonansmoder



45 / 40

## Drivlinemodeller – Avancerade tillämpningar

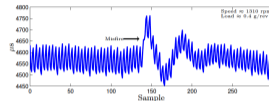
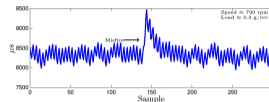
Analys och detektering av miständning (diagnos)



46 / 49

## Drivlinemodeller – Avancerade tillämpningar

Misfire och drivlineoscillationer blandas samman.



47 / 49

## Sammanfattning

Vad har vi gjort under modelleringsarbetet?

- Grundläggande drivlinemodell (stelkroppsantagande, ...).
- Studium av riktiga mätningar och deras avvikelse från den enkla modellen.
- Utvidgade drivlinemodeller.

48 / 49

## Innehållsförteckning

- 1 Drivlina – Översikt
- 2 Fordonsrörelse och Färdmotstånd
  - Luftmotstånd
  - Rullmotstånd
  - Gravitation
- 3 Drivlina – Modellering
  - Söndra och härska
  - Sammanställning av ekvationerna
- 4 Drivlina – Intern dynamik
  - Val av tillstånd – Kancellation
- 5 Drivlina – Utblick

49 / 49