

# Fordonsreglering med framförhållning

Examensarbete utfört inom fordonssystem

av

**Anna Wingren**

LITH-ISY-EX--05/3644--SE

Linköping 2005



# Fordonsreglering med framförhållning

Examensarbete utfört inom fordonssystem  
vid Linköpings tekniska högskola  
av


**Anna Wingren**  
LITH-ISY-EX--05/3644--SE

Handledare: **Tony Sandberg**  
Scania CV AB  
**Anders Fröberg**  
Linköpings universitet

Examinator: **Lars Nielsen**  
Linköpings universitet

Linköping 5 maj 2005



 <b>LINKÖPINGS UNIVERSITET</b>	<b>Avdelning, Institution</b> Division, Department  Institutionen för systemteknik 581 83 LINKÖPING	<b>Datum</b> Date 2005-04-29
--	---	------------------------------------

<b>Språk</b> Language <input checked="" type="checkbox"/> Svenska/Swedish <input type="checkbox"/> Engelska/English	<b>Rapporttyp</b> Report category <input type="checkbox"/> Licentiatavhandling <input checked="" type="checkbox"/> Examensarbete <input type="checkbox"/> C-uppsats <input type="checkbox"/> D-uppsats <input type="checkbox"/> Övrig rapport _____	<b>ISBN</b>  <b>ISRN</b> LITH-ISY-EX--05/3644--SE  <b>Serietitel och serienummer</b> <b>ISSN</b> Title of series, numbering                      _____
--	--	---

<b>URL för elektronisk version</b> <a href="http://www.ep.liu.se/exjobb/isy/2005/3644/">http://www.ep.liu.se/exjobb/isy/2005/3644/</a>
---

<b>Titel</b> Title  Fordonsreglering med framförhållning  Vehicle control using look ahead information
<b>Författare</b> Author  Anna Wingren

<b>Sammanfattning</b> Abstract <p>The fuel cost is a third part of the total cost for the average truck owner. Due to this, even a small decrease in fuel consumption would give the owner a considerable economic saving. By using information about the topography of the road, the engine and brake torque can be controlled so that the fuel consumption decreases. This thesis includes three such methods. The first method uses dynamic programming in order to calculate the optimal engine torques. Due to limited computer capacity, this method does not reduce the fuel consumption, compared to a vehicle with a cruise control. Method 2 calculates the solution of a piecewise-linear optimization problem to get the optimal torques for the vehicle. According to simulations based on the examined roads and engines, this method reduces the fuel consumption with -1.09 % to 3.05 %. In the last method, method 3, is the vehicle controlled according to what method 2 exhibits was the best way to control a truck in uphill and downhill slopes. With the same conditions used when analyzing method 2, the simulations for method 3 gave reduced fuel consumption between 1.52 % and 3.40 %. All of the methods calculating the control of the truck are implemented in Matlab. The simulations use a truck model implemented in Modelica. A conclusion of the work is that the control of a truck's speed can be done so considerable fuel savings are obtain if information about the topography of the road is used. Among the methods that are described in this thesis method 3 is absolutely best in respect to fuel saving and computer utility.</p>
---

<b>Nyckelord</b> Keyword topography, vehicle control, fuel consumption
--



## Sammanfattning

För en genomsnittlig lastbilsägare är utgiften för diesel en tredjedel av den totala kostnaden. På grund av detta skulle även en liten minskning av bränsleförbrukningen ge en betydande ekonomisk besparing för ägaren. I detta arbete redovisas metoder som i vissa fall sparar så mycket som 3.40 %.

Genom att utnyttja information om vägens topografi kan motor och bromsmoment styras så att bränsleförbrukningen minskas. Denna rapport behandlar tre sådana metoder. I metod 1 används dynamisk programmering för att beräkna fram optimala motormoment. På grund av begränsad datakapacitet ger denna metod ingen bränslebesparing, jämfört med om farthållare använts. I metod 2 beräknas lösningen till ett styckvis linjärt optimeringsproblem för att få de optimala momenten som fordonet ska drivas med. Med de undersökta vägarna och motorerna ger metoden enligt simuleringar en bränslebesparing mellan -1.09 % och 3.05 %. I den sista metoden, metod 3, styrs fordonet på ett sådant sätt i upp- och nedförsbackarna som visade sig vara effektivt enligt metod 2. Med samma förutsättningar som användes för att analysera metod 2 gav simuleringarna av metod 3 en besparing mellan 1.52 % och 3.40 %.

Samtliga metoder som beräknar styrningen av lastbilen är implementerade i Matlab. När simuleringarna utförs används en modell av fordonet som är implementerad i Modelica.

Slutsatser är att styrningen av lastbilens hastighet kan göras på ett sådant sätt att en betydande bränslebesparing kan uppnås om vägens topografi används. Av de metoder som har tagits fram är metod 3 absolut bäst med avseende på den besparing som fås och den beräkningskraft som behövs.





## **Abstract**

The fuel cost is a third part of the total cost for the average truck owner. Due to this, even a small decrease in fuel consumption would give the owner a considerable economic saving.

By using information about the topography of the road, the engine and brake torque can be controlled so that the fuel consumption decreases. This thesis includes three such methods. The first method uses dynamic programming in order to calculate the optimal engine torques. Due to limited computer capacity, this method does not reduce the fuel consumption, compared to a vehicle with a cruise control. Method 2 calculates the solution of a piecewise-linear optimization problem to get the optimal torques for the vehicle. According to simulations based on the examined roads and engines, this method reduces the fuel consumption with -1.09 % to 3.05 %. In the last method, method 3, is the vehicle controlled according to what method 2 exhibits was the best way to control a truck in uphill and downhill slopes. With the same conditions used when analyzing method 2, the simulations for method 3 gave reduced fuel consumption between 1.52 % and 3.40 %.

All of the methods calculating the control of the truck are implemented in Matlab. The simulations use a truck model implemented in Modelica.

A conclusion of the work is that the control of a truck's speed can be done so considerable fuel savings are obtain if information about the topography of the road is used. Among the methods that are described in this thesis method 3 is absolutely best in respect to fuel saving and computer utility.



## **Förord**

Detta examensarbete har utförts mellan september 2004 och januari 2005 på Scania CV AB i Södertälje.

Först och främst vill jag uttrycka ett stort tack till min handledare Tony Sandberg på Scania. Ytterligare personer jag vill tacka är min handledare Anders Fröberg på fordonssystem, Niklas Pettersson och Kristian Lindqvist på Scania samt all personal anställd på RESC. Slutligen vill jag även tacka min examinator Lars Nielsen.

Södertälje, januari 2005

*Anna Wingren*



# Innehållsförteckning

<b>1. Inledning</b>	<b>1</b>
1.1 Syfte	1
1.2 Avgränsningar	1
1.3 Tillvägagångssätt	2
1.4 Disposition	2
<b>2. Relaterande arbeten</b>	<b>3</b>
<b>3. Matematiskbeskrivning av systemet</b>	<b>7</b>
<b>4. Modeller</b>	<b>11</b>
4.1 SHTL	11
4.2 Jämförande modell	12
<b>5. Metod 1</b>	<b>15</b>
5.1 Dynamisk programmering	15
5.2 Matematisk beskrivning	15
5.3 Lösningmetod	17
5.4 Resultat	18
<b>6. Metod 2</b>	<b>19</b>
6.1 Matematisk beskrivning	19
6.1.1 Villkoren på optimeringsproblemet	22
6.1.2 Undersökning av approximationerna	23
6.2 Undersökning av stabiliteten av den avståndsdiskreta modellen	24
6.3 Lösningmetod	25
6.4 Val av $k$ , $m$ och $S$	27
6.5 Feluppskattning	30
6.6 Resultat	31
6.7 Implementeringsmöjligheter	35
6.8 Slutsatser	36
<b>7. Metod 3</b>	<b>37</b>
7.1 Beskrivning	37
7.1.1 Nedförbackar	37
7.1.2 Uppförbackar	39
7.2 Tillvägagångssätt för att beräkna samtliga punkter	39
7.2.1 Backslut och Backstart	40
7.2.2 Uppbackstart och Uppbackslut	40
7.2.3 Punkt A	41
7.2.4 Punkt B+	42
7.2.5 Punkt C	42
7.2.5 Punkt D	42
7.3 Lösninggång	43

7.4 Resultat.....	50
7.4.1 Nedförbackarnas betydelse på resultatet.....	55
7.4.2 Hastighetsgränsernas inverkan på förbrukningen.....	55
7.5 Implementeringsmöjligheter.....	56
7.6 Slutsatser.....	56
<b>8. Slutsatser .....</b>	<b>59</b>
<b>9. Framtida arbeten .....</b>	<b>61</b>

# 1. Inledning

---

En normal lastbil förbrukar stora mängder diesel varje år. Den genomsnittliga föraren kör i snitt 150 000 km per år enligt [1]. Med dagens dieselpriis så spenderar varje förare ungefär en halv miljon kronor på bränsle per år. Det är då lätt att inse att även en liten minskning av bränsleförbrukningen ger betydande ekonomiska besparingar för åkerier och lastbils ägare. Förutom de ekonomiska besparingarna är det även en fördel för miljön om dieselförbrukningen minskar. Med tanke på att det är mer troligt att dieselpriiset kommer att stiga än att sjunka i framtiden gör att ämnet är ännu mer intressant. I nuläget läggs mycket energi på forskning där syftet är att minska bränsleförbrukningen hos fordon. Ett sätt skulle vara att utnyttja vägens topografi. Om denna information fanns tillgänglig skulle kunskapen kunna användas för att ta fram en farthållare som väljer en mer fördelaktig styrning av motorn för att bespara bränsle.

## 1.1 Syfte

Syftet med projektet är undersöka potentialen för bränslebesparing hos tunga lastbilar om kunskap finns om hur vägen ser ut framför lastbilen, samt att ta fram strategier för hur fordonet ska styras för att minska bränsleförbrukningen.

## 1.2 Avgränsningar

De avgränsningar som är gjorda är att informationen om vägens topografi antas vara känd, att endast högsta växeln hos lastbilarna används och att de styrvariabler som kan variera är motor- och bromsmoment.

### **1.3 Tillvägagångssätt**

För att undersöka möjligheten till att minska bränsleförbrukningen genom att styra lastbilen på ett bättre sätt har olika metoder implementeras i Matlab. En modell av lastbilen som är implementerad i Modelica används för att analysera hur en lastbil reagerar på styrsignalerna från de olika metoderna.

### **1.4 Disposition**

Rapporten är upplagd så att i kapitel 2 beskrivs vad som är gjort tidigare inom området. Kapitlet beskriver både system som utnyttjar GPS-information och andra system som försöker optimera styrningen av fordon för att minska bränsleförbrukningen. I efterföljande kapitel tas de matematiska uttryck fram som de olika metoderna som beskrivs senare i rapporten använder. I kapitel 4 fås en förklaring av vad SHTL är och vilken modell som används för att jämföra varje metod med, för att få en uppskattning av hur bränslesnåla de är. I de tre efterföljande kapitlen undersöks möjligheterna att spara bränsle med hjälp av tre olika metoder som har tagits fram. De olika metoderna är metod 1 som använder dynamisk programmering, metod 2 som beräkna de optimala motormomenten genom att lösa ett styckvis linjärt problem och metod 3 som letar upp intressanta punkter längs vägen och sedan använder olika styrstrategier mellan dessa punkter. Sedan kommer slutsatser och rapporten avslutas med förslag på framtida arbeten inom området.



## 2. Relaterande arbeten

---

Redan i dag finns det system som utnyttjar information om vägens topografi för att minska bränsleförbrukningen. Detta system är framtaget av DaimlerChrysler och kallas PCC – ”Predictive Cruise Control” [2]. Systemet jobbar tillsammans med en vanlig farthållare och använder höjdinformationen från en tredimensionell karta och resultatet från en framförhållningsalgoritm för att låta fordonets hastighet variera inom ett definierat hastighetsintervall. För att få information om höjdtuseendet på vägen använder PCC en tredimensionell vägkarta och information från en GPS-mottagare för få information om nuvarande position och sträckan fyra kilometrarna framför lastbilen. Optimeringsalgoritmen beräknar den optimala hastigheten för vägprofilen med hänsyn till bränsleförbrukningen, restiden och hastighetsintervallet. Resultat sparas i en Look-up tabell. En ny beräkning startas först när fordonet har passerat en specifik sträcka.

Optimeringsalgoritmen har följande utseende:

$$J_{total} = \sum_{k=0}^n (J_{fuel} + J_{time} + J_{velocity-set} + J_{velocity-lim})$$

där varje  $J$  är multiplicerad med en konstantterm som bestäms beroende på vad som prioriteras.

De olika kostnadsfunktionerna i summan har följande innebörd:

$J_{fuel}$	-	Fordonet ska förbruka så lite bränsle som möjligt och använda bromsarna så lite som möjligt
$J_{time}$	-	Restiden för fordonet ska vara så kort som möjligt
$J_{velocity-set}$	-	Fordonet ska försöka behålla den specificerade hastigheten.
$J_{velocity-lim}$	-	Hastigheten får inte över- eller underskrida hastighetsgränserna.

Resultaten som presenteras i [2] visar att PCC skulle kunna ge en bränslebesparing på mellan 2.61% och 5.16 % med de fordon och sträckor som presenteras i artikeln.

För att PCC ska fungera krävs att bilen har information om vägens utseende framför fordonet. Det är inte enbart i bränslebesparande syfte som det skulle vara fördelaktigt att ha tillgång till

den informationen, utan även för andra hjälpsystem. Till exempel har BMW publicerat en artikel om hur deras ACC – ”Active Cruise Control” skulle kunna fungera bättre tillsammans med navigationsdata [3]. BMW:s ACC hjälper föraren genom att han/hon inte behöver reglera hastigheten på farthållaren för att ha ett bra köravstånd till fordonet framför. Sensorn som används för att bedöma situationen ger endast begränsad information om körsituationen. Därför kommer systemet vid vissa tillfällen fatta fel beslut. Om systemet till exempel bedömer att det inte finns något fordon framför, så behöver det inte vara så. Anledningen till att sensorn inte ser fordonet framför kan bero på att vägen svänger eller att topografin begränsar sensorn avsökningssyfte. Andra tillfällen då det kan bli fel är om föraren har befunnit sig bakom ett fordon med lägre hastighet och sedan bestämmer sig för att svänga av vägen på en avfart. När föraren byter till avfartsvägen kommer systemet att upptäcka att vägen är fri och accelerera för att nå den uppsatta referens hastighet, vilket är tvärtom vad föraren vill. Om väginformationen fanns tillgänglig skulle dessa felval kunnat undvikits.

Ett tänkbart sätt att minska bränsleförbrukningen för fordon skulle vara att samordna styrningen av hjälpsystemen och drivlinan. I [4] undersöks om styrningen av luftkonditioneringen och DPF (dieselpartikelfilter) i tunga lastbilar och stadsbussar kan samordnas med drivlinan på ett sådant sätt att förbrukningen av bränsle minskar. Resultatet av studien var att samordningen mellan drivlina och luftkonditionering gav betydande minskningar av bränsleförbrukningen. Däremot visade det sig att det krävs en förutsägelse av motorns arbetsbelastning för att minska bränsleförbrukningen genom att samordna DPF och drivlinan. För att kunna bestämma arbetsbelastningen krävs information om vägen framför fordonet vilket skulle kunnas få till exempel genom att använda GPS tillsammans med en kartdatabas. För att lösa optimeringsproblemet används optimeringsprogram SNOPT som är ett program som används för att lösa storskaliga optimeringsproblem, både linjära och icke-linjära. Detta är alltså ytterliggare ett område där systemet skulle ha nytta av att ha någon information om vägens utseende.

Ett liknande projekt som det ovan beskrivs i [5] där undersökningar har gjorts för hur kylsystem i tunga fordon kan regleras för att minska bränsleförbrukningen. De delar som tagit med i studien är en elektrisk driven kylningsfläkt och vattenpump och en elektrisk generator. Problemen med dagens hjälpsystem är att de för det mesta är mekaniskt drivna och eftersom hjälpsystemen ska fungera i alla situationer har de en överkapacitet i de mest frekventa körfällen. På grund av detta blir det onödiga energiförluster. Om dessa system istället skulle ha varit elektriskt drivna, skulle utsignalen vid varje tidpunkt kunna regleras för att passa situationen. För att veta hur dessa signaler ska regleras har författarna till [5] konstruerat ett begränsat optimalt regleringsproblem i kontinuerlig tid med framåt återkoppling från mätta yttre variabler. Lösningen till detta optimeringsproblem ger information om hur signalerna ska regleras. Resultatet från projektet visar att det är möjligt att få en signifikant energibesparing om detta system regleras på rätt sätt och informationen om framtiden finns tillgänglig. Enligt [5] skulle framtiden kunna förutses med en GPS mottagare tillsammans med digitaliserade kartor som innehåller information om höjden och hastighetsbegränsningen.

I [6] undersöks möjligheterna till bränslebesparing med två metoder. I metod 1 väljer systemet att antingen frikoppla eller har växel i då endast information finns om nuvarande vägglutning. Metod 2 har samma alternativ som metod 1 men systemet har även information om framtida vägglutningar. I en symmetrisk svacka då metod 1 användes varierade bränslebesparingarna mellan 0.08 % och 1.53 % och med metod 2 varierade besparingarna

mellan 0.31 % och 2.93 %. För att lösa optimeringsproblemet i metod 2 har dynamisk programmering används.



### 3. Matematiskbeskrivning av systemet

---

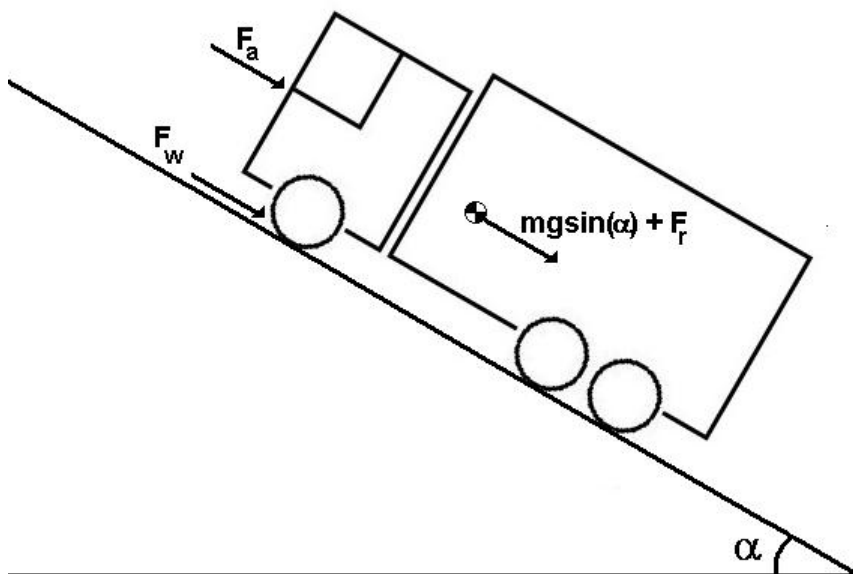
För att kunna avgöra vilken hastighet fordonet får och vad bränsleförbrukningen blir med olika motormoment, starthastigheter och väglutningar krävs någon form av modell av en lastbil. I kapitlet beskrivs hur den modellen har tagits fram. Modellen används sedan av de olika metoderna som beskrivs i kapitel 5, 6 och 7.

Då alla delar i drivlinan anses vara stela och friktionen och tröghetsmomentet sätts till noll så är enligt [7]

$$M_m = \frac{M_p}{i_t n_t} = \frac{M_w}{i_f n_f i_t n_t} \quad (3.1)$$

där  $M_m$  är motormomentet,  $M_p$  är momentet på kardanaxeln,  $M_w$  är momentet på hjulen,  $i_t$  är utväxlingsförhållandet på växellådan,  $i_f$  är utväxlingsförhållandet på slutväxeln,  $n_t$  är verkningsgraden på växellådan och  $n_f$  är verkningsgraden på slutväxeln.

För att ta hänsyn till hjälputrustningens belastning på motorn ersätts  $M_m$  med  $M_m - M_{ha}$  där  $M_{ha}$  är hjälputrustningens belastning på motorn.



Figur 3.1: Longitudinella krafter som påverkar lastbilen

Enligt Newtons andra lag är

$$F_w = m\dot{v} + F_a + F_r + mg \sin(\alpha) = m \frac{\dot{x}_2}{3.6 \cdot 3600} + F_a + F_r + mg \sin(\alpha) \quad (3.2)$$

där  $F_w$  är friktionskraften,  $m$  är lastbilens totala massa,  $F_a$  är luftmotståndet,  $F_r$  är rullmotståndet,  $\alpha$  är lutning på vägen ( $\alpha$  är positiv i uppförsbackar och negativ i nedförsbackar),  $v$  är hastigheten i m/s och  $x_2$  är hastigheten i km/h.

Enligt [7] kan luftmotståndet  $F_a$  bestämmas enligt följande

$$F_a = 0.5 \cdot c_w A_a \rho_a v^2 = 0.5 \cdot c_w A_a \rho_a \left( \frac{x_2}{3.6} \right)^2 \quad (3.3)$$

där  $c_w$  är luftmotståndskoefficienten,  $A_a$  är maximala tvärsnittaren och  $\rho_a$  är luftens densitet.

Enligt [1] kan rullmotståndet  $F_r$  bestämmas enligt följande

$$F_r = C_r N = \left( [Ca(x_2^2 - 80^2) + Cb(x_2 - 80)] \cdot m + C_{risoFront} m_{front} + C_{risoRear} m_{rear} + C_{risoSemi} m_{semi} \right) \frac{flatCorr}{1000} g \cos(\alpha) \quad (3.4)$$

där  $m_{front}$  är massan på framaxeln,  $m_{rear}$  är massan på bakaxeln,  $m_{semi}$  är massan på semiaxeln,

$flatCorr = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r_w}{2.7}}}$ ,  $r_w$  är hjulradien och  $C_{risoFront}$ ,  $C_{risoRear}$ , och  $C_{risoSemi}$  är konstanter som

beror på rullmotståndet på däcken.

Enligt [7] är

$$J_w \ddot{\theta}_w = M_w - F_w r_w - M_{fr:w} \quad (3.5)$$

där  $J_w$  är tröghetsmomentet,  $\ddot{\theta}_w$  är vinkelacceleration på hjulet och  $M_{fr:w}$  är friktionsmomentet på hjulet.

Om endast friktionen från kullager tas med är enligt [1]

$$M_{fr:w} = \frac{N \cdot \mu \cdot d}{2} = \frac{m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \mu \cdot d}{2} \quad (3.6)$$

där  $\mu$  är den inre friktionen i kullager och  $d$  är den inre diametern hos kullager.

Om tröghetsmomentet  $J_w$  antas vara noll tillsammans med ekvation (3.6), kan ekvation (3.5) skrivas om till

$$M_w = F_w \cdot r_w + \frac{m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \mu \cdot d}{2} \quad (3.7)$$

Ekvation (3.1), (3.2), (3.3) och (3.4) insatt i ekvation (3.7) ger

$$\dot{x}_2 = C_1 x_2^2 + C_C \cos(\alpha) x_2^2 + C_2 \cos(\alpha) x_2 + C_M (M_m - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha) + C_S \sin(\alpha) \quad (3.8)$$

där

$$C_1 = -\frac{3.6 \cdot 3600}{m} \cdot \frac{0.5 \cdot c_w A_a \rho_a}{3.6^2}$$

$$C_C = -\frac{3.6 \cdot 3600}{m} \cdot Ca \cdot m \cdot \frac{flatCorr}{1000} \cdot g$$

$$C_2 = -\frac{3.6 \cdot 3600}{m} \cdot Cb \cdot m \cdot \frac{flatCorr}{1000} g$$

$$C_M = \frac{3.6 \cdot 3600}{m} \cdot \frac{i_f n_f i_t n_t}{r_w}$$

$$C_3 = \frac{3.6 \cdot 3600}{m} \cdot \frac{flatCorr}{1000} \cdot g \cdot$$

$$\cdot [(Ca \cdot 80^2 + Cb \cdot 80) \cdot m - C_{risoFront} m_{front} - C_{risoRear} m_{rear} - C_{risoSemi} m_{semi}]$$

$$- \frac{3.6 \cdot 3600}{m} \cdot \frac{m \cdot g \cdot \mu \cdot d}{2}$$

$$C_S = -\frac{3.6 \cdot 3600}{m} \cdot mg$$





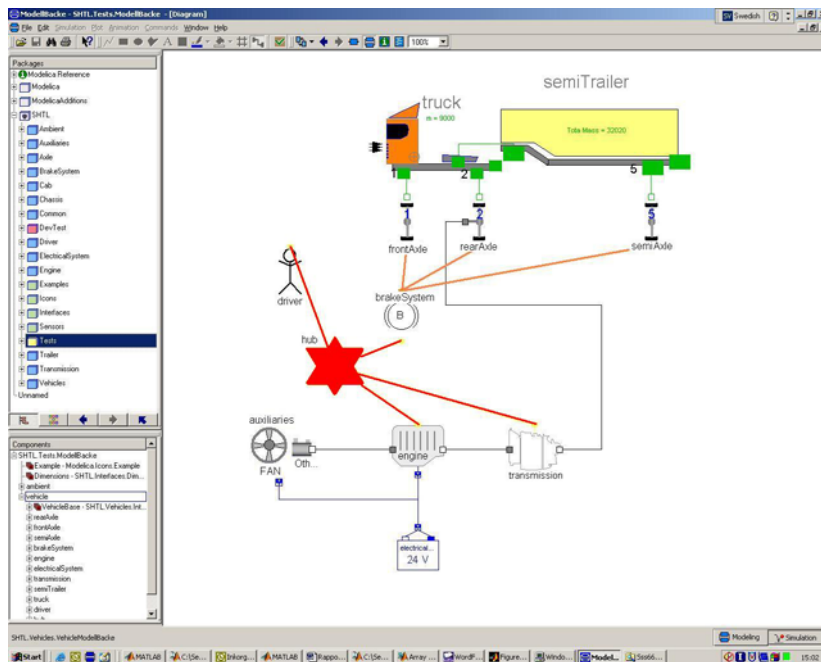
## 4. Modeller

---

För att få en uppfattning om hur mycket bränsle de olika metoderna förbrukar behövs en mer detaljerad modell av lastbilen för att beräkna hur olika styrsignaler påverkar körningen. Den mer detaljerade modellen är framtagen i SHTL. I avsnitt 4.1 finns en beskrivning av vad SHTL är och vilken modell som används i det här arbetet. Dessutom behövs de olika metoderna jämföras med något för att få en uppskattning av hur stor bränslebesparingen blir. På vilket sätt metoderna jämförs beskrivs i avsnitt 4.2.

### 4.1 SHTL

Alla metoder som tas fram i rapporten använder SHTL i simuleringssyfte. SHTL står för Scania Heavy Truck Library och är ett komplett system över lastbilar med både hierarkisk modellstruktur som definierar gränsytan mellan delsystemen på flera nivåer och ett modellbibliotek. Modellbiblioteket används för att förvara delsystemens gränssnitt tillsammans med implementationer och behövande stödjande komponenter som till exempel kopplingsdefinitioner. Delsystemen har en fysikalisk indelning. Systemet är implementerat i språket Modelica och är utvecklad i Dymola. Mer information om SHTL finns i [8].



Figur 4.1: SHTL:s utseende.

En ny variant av en lastbil är konstruerad, där det går att välja om lastbilen ska köra efter en vald hastighet (vanlig farthållare) eller valt motormoment. Modellen används för att få information om lastbilens hastighet, körtid och bränsleförbrukning vid olika positioner längs vägen med olika styrsignaler. Denna modell används både för att se lastbilens beteende då den styrs efter de olika metoderna samt för att ta fram bränsleförbrukningen och körtid men en jämförande körning. Då metoderna använder modellen styrs modellen efter de styrsignaler som metoden har beräknat fram. Anledningen till att modellen används för att simulera är att den ger en bättre beskrivning av lastbilen än den modell av lastbilen som togs fram i kapitel 3.

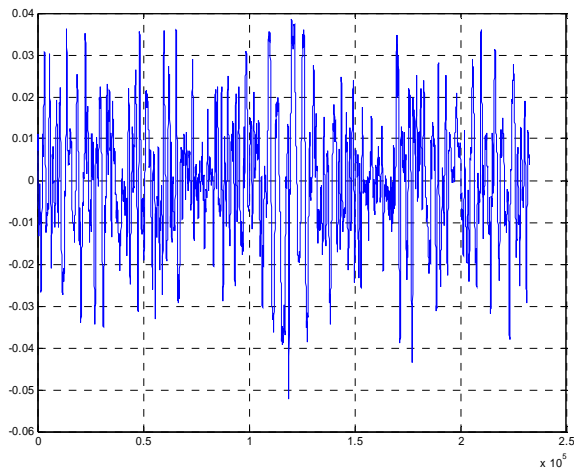
## 4.2 Jämförande modell

För att veta hur mycket bränsle som sparas genom att använda de olika metoderna behöver bränslemängden som de olika metoderna förbrukar jämföras med hur mycket bränsle en lastbil skulle ha förbrukat om den körts på vanligt vis. Den jämförande modellen som används består av en modell av en lastbil som använder farthållare och är gjord i SHTL. Farthållaren som används tillåter att hastigheten på fordonet ökar i nedförsbackar till 90 km/h innan bromsarna används.

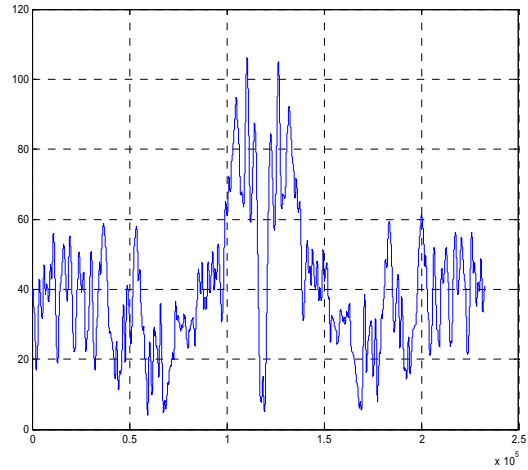
Tiden det tar att köra en viss sträcka har stor betydelse på bränsleförbrukningen. För att få en rättvis uppfattning om besparingen som fås med de olika metoderna, krävs det att tiden det tar för lastbilen att förflytta sig sträckan som ska undersökas, är densamma för både metoden som ska undersökas och för den jämförande metoden. Vikten på lastbilen är alltid 40 ton.

Metoderna har blivit undersökta genom att kombinera två olika vägsträckor och tre olika motorer. Metod 3 har undersökts med motor 1 och motor 3. På grund av beräkningstekniska skäl kan motor 3 inte användas i metod 2. Därför har den metoden istället undersöks med motor 1 och motor 2. Motor 2 och motor 3 är två likvärdiga motorer. Den ena sträckan som

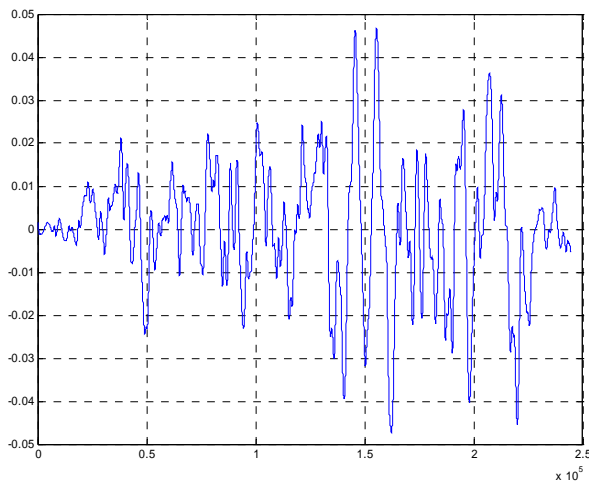
använts är vägen mellan Södertälje och Norrköping som har körts fram och tillbaka. Den andra sträckan är en väg som finns i Tyskland mellan platserna Gräfenhausen och Wenderhausen. I figur 4.2 och 4.3 visas utseendet på vägen mellan Södertälje och Norrköping tur och retur och i figur 4.4 och 4.5 visas utseendet på vägen mellan Gräfenhausen och Wenderhausen.



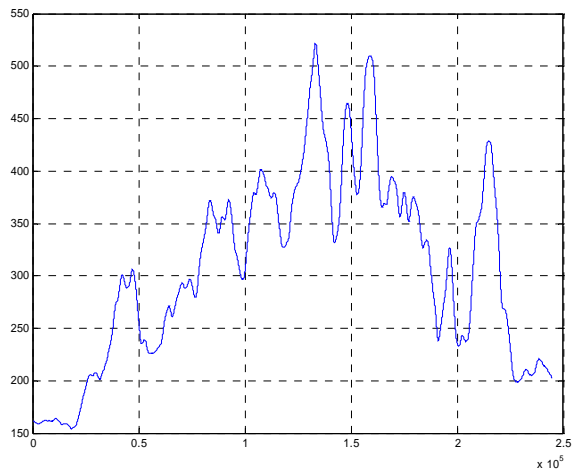
Figur 4.2: Väglutning i radianer som funktion av positionen i meter på "Södertälje -> Norrköping -> Södertälje"-vägen



Figur 4.3: Vägens höjd i meter som funktion av positionen i meter på "Södertälje -> Norrköping -> Södertälje"-vägen.



Figur 4.4: Väglutningen i radianer som funktion av positionen i meter på vägen mellan Gräfenhausen och Wenderhausen.



Figur 4.5: Vägens höjd i meter som funktion av positionen i meter på vägen mellan Gräfenhausen och Wenderhausen..



## 5. Metod 1

---

Ett sätt att beräkna vilka motormoment som ger lägst bränsleförbrukning för en lastbil är att använda dynamisk programmering. I det här kapitlet beskrivs metod 1 som använder det tillvägagångssättet. Kapitlet börjar med en kort beskrivning av vad dynamisk programmering är. Därefter tas en avståndsdiskret modell fram med utgångspunkt från modellen som togs fram i kapitel 3. Lösningemetoden för metod 1 beskrivs i efterföljande avsnitt. Kapitlet avslutas med ett avsnitt där resultaten som metoden gav presenteras.

### 5.1 Dynamisk programmering

Dynamisk programmering är ett sätt att lösa optimeringsproblem där komplexa problem görs om till en sekvens av lättare problem. Grundidén är att problemet görs om till många steg som löses sekventiellt. Ofta motsvarar varje steg en tidsperiod. Till varje steg hör ett antal tillstånd. Tillstånden innehåller den information som behövs för att fullt ut kunna beräkna konsekvenserna som ett aktuellt beslut har på framtida händelser. Val av tillstånd till system är ofta det mest kritiska valet. Dock finns det inga givna regler för val av tillstånd, förutom att tillståndet innehåller tillräckligt med information för framtida beslut, utan att kunskap finns om vägen till tillståndet. Dessutom bör antalet tillstånd vara få, eftersom antalet beräkningar blir alltför många om systemet innehåller många tillstånd. Det som ofta begränsar användandet av dynamisk programmering i praktiken är just att antalet tillstånd ska vara få. Mer information om dynamisk programmering finns i [9].

### 5.2 Matematisk beskrivning

För att kunna lösa problemet måste ekvation (3.8) göras diskret. Eftersom informationen om vägens lutning finns vid olika positioner ska ekvationen göras avståndsdiskret istället för tidsdiskret som är det vanliga.

Tidsderivatan av hastighets variabel  $x_2$  kan skrivas om på följande sätt:

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{dx_2}{dt} \frac{ds}{ds} = \frac{dx_2}{ds} \frac{ds}{dt} = x'_2(s) \cdot v$$

där  $s$  är sträckan.

Genom att använda föregående omskrivning tillsammans med Eulers metod och ekvation (3.8) fås

$$\dot{x}_2(t) = x'_2(s) \cdot v \approx \frac{x_2(s+S) - x_2(s)}{S} \cdot x_2(s)$$

$$\approx C_1 x_2^2(s) + C_C \cos(\alpha) x_2^2(s) + C_2 \cos(\alpha) x_2(s) + C_M (M_m - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha) + C_S \sin(\alpha)$$

där  $S$  är avståndet mellan platserna där hastigheten är  $x_2(s+S)$  och  $x_2(s)$ .

Därefter ersätts de kontinuerliga variablerna  $x_2(s+S)$  och  $x_2(s)$  med de avståndsdiskreta variablerna  $x_{2,k+1}$  och  $x_{2,k}$ .

Den avståndsdiskreta ekvationen som motsvarar (3.8) blir då

$$x_{2,k+1} = \frac{S}{x_{2,k}} (C_1 x_{2,k}^2 + C_C \cos(\alpha_k) \cdot x_{2,k}^2 + C_2 \cos(\alpha_k) \cdot x_{2,k} + C_M (M_m - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha_k) + C_S \sin(\alpha_k)) + x_{2,k}(s)$$

Även motormomentet måste vara diskret, vilket görs på följande vis

$$M_{m,k} = M_{m,\min}(N_k) + [M_{m,\max}(N_k) - M_{m,\min}(N_k)] \cdot g(k, i)$$

där  $g(k, i)$  är ett tal mellan noll och ett och  $N_k$  är varvtalet hos motorn.

Verkningsgraden för växellådan  $n_t$  och verkningsgraden för slutväxeln  $n_f$  har olika värden beroende på om motorn bidrar med ett drivande moment eller ej. Därför görs följande kontroll innan  $x_{2,k+1}$  kan beräknas.

```
if Mm,k < 0
    CM = CM / (ntnf)2
end
```

Den bränslemängd som används vid olika varvtal och motormoment finns tillgänglig i motormappar. Detta gör att bränsleförbrukningen kan beräknas på följande vis

$$q_{1,k}(x_{2,k}, M_{m,k}) = h(x_{2,k}, M_{m,k}) \cdot \frac{n_{cyl} \dot{i}_t \dot{i}_f}{2\pi \cdot r_w n_r} \cdot \frac{x_{2,k}}{3.6}$$

$$q_{2,k}(x_{2,k+1}, M_{m,k}) = h(x_{2,k+1}, M_{m,k}) \cdot \frac{n_{cyl} \dot{i}_t \dot{i}_f}{2\pi \cdot r_w n_r} \cdot \frac{x_{2,k+1}}{3.6}$$

$$f_{k+1}(x_{2,k}, x_{2,k+1}, M_{m,k}) = f_k + [q_{1,k} + q_{2,k}] \cdot \frac{S \cdot 3600}{x_{2,k} + x_{2,k+1}}$$

där  $h$  är mg bränsle per slag och cylinder,  $n_{cyl}$  är antal cylindrar,  $n_r$  är antal varv per slag,  $q$  är bränsleförbrukning i mg per sekund och  $f$  är den totala bränsleförbrukningen i mg. Eftersom motormapparna är diskreta och således inte har ett värde i alla arbetspunkter behöver en uppskattning göras om arbetspunkten hamnar utanför en känd arbetspunkt. Denna uppskattning görs genom linjär interpolation.

Eftersom väglutningen  $\alpha$  inte finns i alla punkter, så bestäms  $\alpha_k$  genom att beräkna lutningen vid  $x_{1,k}$  och  $x_{1,k+1}$  med linjär interpolera och sedan låta medelvärdet av dessa värden motsvara  $\alpha_k$ .

Det totala problemet får följande utseende

$$\min f_n = f_{n-1} + [q_{1,n-1} + q_{2,n-1}] \cdot \frac{S \cdot 3600}{x_{2,n-1} + x_{2,n}} \quad (5.1a)$$

då

$$x_{1,k+1} = S + x_{1,k} \quad (5.1b)$$

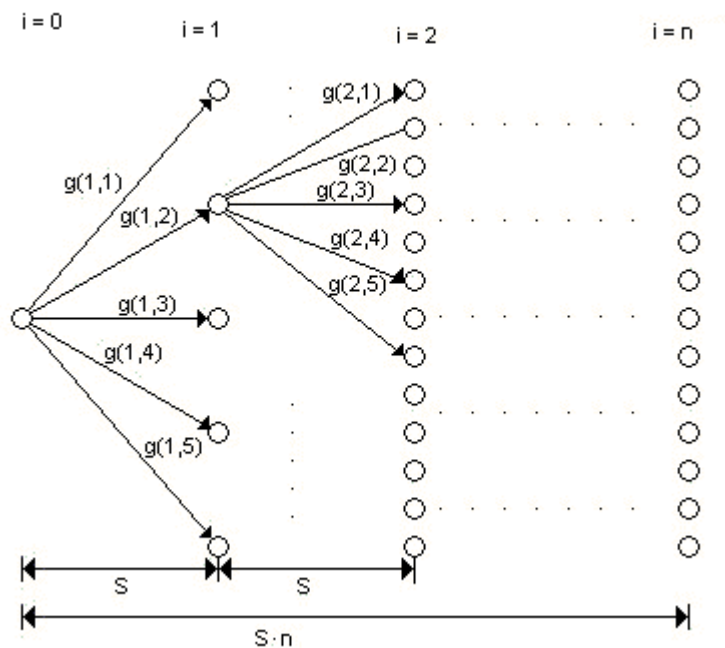
$$x_{2,k+1} = \frac{S}{x_{2,k}} (C_1 x_{2,k}^2 + C_C \cos(\alpha_k) \cdot x_{2,k}^2 + C_2 \cos(\alpha_k) \cdot x_{2,k} + C_M (M_{m,k} - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha_k) + C_S \sin(\alpha_k)) + x_{2,k} \quad (5.1c)$$

$$t_{k+1} = t_k + \frac{2 \cdot S}{x_{2,k} + x_{2,k+1}} \quad (5.1d)$$

för  $k=0, \dots, n-1$

där  $x_{1,k}$  och  $x_{1,k+1}$  är positionerna där hastigheten är  $x_{2,k}$  och  $x_{2,k+1}$  och  $t_k$  och  $t_{k+1}$  är den totala körtiden vid  $x_{1,k}$  och  $x_{1,k+1}$ .

### 5.3 Lösningmetod



Figur 5.1: Beskrivning av dynamisk programmering

Genom dynamisk programmering tas en körstrategi fram för att minska bränsleförbrukningen. Tillvägagångssättet är att från utgångspositionen ( $i=0$ ) beräkna lastbilens hastighet, totala bränsleförbrukning och tid vid nästa position ( $i=1$ ) om ett givet motormoment används. För att beräkna hastigheten och körtiden används ekvation (5.1c) och (5.1d) och för att beräkna bränsleförbrukningen används ekvation (5.1a). Vid nästa position ( $i=1$ ) görs samma sak för alla tillstånd som beräknades fram i första steget. Denna procedur upprepas till och med position  $i = n-1$ . Därefter undersöks den totala bränsleförbrukning i alla tillstånd vid position  $i = n$ , för att hitta den körstrategi som förbrukar minst bränsle.

En lastbil har en hastighetsbegränsare som gör att lastbilen inte kan köra fortare än 89 km/h. Dessutom är föraren förmodligen inte intresserad av att köra betydligt långsammare än vad han eller hon är van vid för att minska bränsleförbrukningen. Därför har följande krav införts:

- Om hastigheten är lägre än 70 km/h i en nod, kapas grenen och trädet byggs inte vidare från punkten.
- Om hastigheten är högre än 89 km/h, så kan endast motormomentet som motsvarar släpmomentet väljas, det vill säga det moment som krävs för att övervinna alla förluster i motorn.
- När programmet söker igenom de totala bränsleförbrukningarna vid sista positionen får endast de noder som har en körtid som är mindre eller lika med den tiden det skulle ha tagit för ett fordon med en medelhastighet på 85 km/h.

När det optimala motormomentet har beräknats enligt ovan skickas den första styrsignalen som ska användas i  $S$  km vidare till modellen för att simulera fram bränsleförbrukningen, körtiden, slutposition och sluthastighet. Därefter anropas optimeringsalgoritmen igen för att lösa det nya optimeringsproblemet. Detta upprepas tills slutet av vägen är nådd.

## **5.4 Resultat**

På grund av att trädet som ska beräknas växer snabbare ju större antal olika motormoment och längre horisont som undersöks, kunde endast ungefär nio olika motormoment och en horisont på  $(6-1) \cdot S$  km användas för att beräkningarna inte skulle ta alltför lång tid. Att  $S$  varierar påverkar inte beräkningshastigheten, men däremot problemet. Om  $S$  väljs till ett stort tal fås en lång horisont, vilket är positivt, men samtidigt tvingas fordonet att behålla samma moment över en längre sträcka, vilket är negativt. Om  $S$  däremot väljs till ett lite tal fås en kort horisont, men å andra sidan en kort sträcka då fordonet tvingas följa samma moment. Trots olika kombinationer av  $S$ ,  $n$  och antal motormoments nivåer gav ingen kombination någon bränslebesparing jämfört med om lastbilen skulle ha använt en vanlig farthållare. Anledningen är troligtvis att metoden har för få motormoment att välja på. För att kunna lösa problemet krävs alltså en mindre beräkningskrävande metod.



## 6. Metod 2

---

Linjära optimeringsmetoder är betydligt mindre beräkningskrävande än icke-linjära metoder. Därför görs modellen som togs fram i kapitel 3 om till ett styckvis linjärt optimeringsproblem med hjälp av vissa approximationer, för att på så sätt räkna ut vilka motormoment som ger lägst bränsleförbrukning. I avsnittet 6.1 beskrivs hur detta problem tas fram och vilka villkor som måste finnas på problemet. I avsnitt 6.2 undersöks om modellerna som används är stabila. Tillvägagångssättet för att lösa problemet beskrivs i avsnitt 6.3. I efterföljande avsnitt utreds hur mycket av informationen om vägens utseende framför lastbilen som ska användas, hur länge varje motormoment ska användas och hur ofta optimeringsproblemet ska lösas för att metoden ska få så bra resultat som möjligt. Därefter kommer ett avsnitt där det undersöks hur stora de totala felet är. I avsnitt 6.6 presenteras resultaten som erhålls om en lastbils styrs enligt metod 2 och i avsnitt 6.7 diskuteras möjligheterna att implementera en liknade metod i framtiden. Kapitlet avslutas med en avsnitt med vilka slutsatser som kan dras.

### 6.1 Matematisk beskrivning

Med utgångspunkt från modellen som togs fram i kapitel 3 kan ett styckvis linjärt optimeringsproblem tas fram. Tillvägagångssättet beskrivs i texten som följer.

Enlig ekvation (3.8) kan lastbilens fartökning beskrivas med följande ekvation.

$$\dot{x}_2 = C_1 x_2^2 + C_C \cos(\alpha) x_2^2 + C_2 \cos(\alpha) x_2 + C_M (M_m - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha) + C_S \sin(\alpha) \quad (6.1)$$

Om  $e$  definieras som  $e = x_2^2$  fås följande:

$$\frac{de}{dt} = 2x_2 \dot{x}_2 \quad (6.2)$$

Ekvation (6.2) används för att beräkna avståndsderivatan av  $e$ .

$$\frac{de}{ds} = \frac{de}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = \frac{de}{dt} \cdot \frac{1}{x_2} = 2x_2 \dot{x}_2 \cdot \frac{1}{x_2} = 2\dot{x}_2 \quad (6.3)$$

Ekvation (6.1) och (6.3) ger att:

$$\begin{aligned}\frac{de}{ds} &= 2\dot{x}_2 = \\ &= 2 \cdot (C_1 x_2^2 + C_C \cos(\alpha) x_2^2 + C_2 \cos(\alpha) x_2 + C_M (M_m - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha) + C_S \sin(\alpha))\end{aligned}$$

Eftersom lutningen  $\alpha$  är liten kan  $\cos(\alpha)$  approximeras till 1, då fås:

$$\frac{de}{ds} = 2 \cdot C_1 x_2^2 + 2 \cdot C_C x_2^2 + 2 \cdot C_2 x_2 + 2 \cdot C_M (M_m - M_{ha}) + 2 \cdot C_3 + 2 \cdot C_S \sin(\alpha)$$

Om  $2 \cdot C_2 x_2$  antas vara konstant, dvs.  $2 \cdot C_2 x_2 = 2 \cdot C_2 v_{medelhastighet}$  och  $x_2^2$  ersätts med  $e$  fås

$$\frac{de}{ds} = 2 \cdot (C_1 + C_C) \cdot e + 2 \cdot C_2 v_{medelhastighet} + 2 \cdot C_M (M_m - M_{ha}) + 2 \cdot C_3 + 2 \cdot C_S \sin(\alpha) \quad (6.4)$$

En undersökning om hur stora dessa två approximationer är finns beskrivit i kapitel 6.1.2.

Enligt Euler-framåt är

$$\frac{de}{ds} = \frac{e_{k+1} - e_k}{S}$$

Momentet från den position där hastigheten i kvadrat är  $e_k$  till den position där hastigheten i kvadrat är  $e_{k+1}$  är  $u_k$ . Denna benämning tillsammans med ekvationen ovan och ekvation (6.4) ger att

$$\begin{aligned}e_{k+1} &= S \cdot (2 \cdot (C_1 + C_C) \cdot e_k + 2 \cdot C_2 v_{medelhastighet} + 2 \cdot C_M (u_k - M_{ha}) + 2 \cdot C_3 + 2 \cdot C_S \sin(\alpha_k)) + e_k \Leftrightarrow \\ e_{k+1} &= K_1 e + K_2 u_k + K_3 \sin(\alpha_k) + K_4\end{aligned}$$

där

$$K_1 = 2 \cdot S \cdot (C_1 + C_C) + 1$$

$$K_2 = 2 \cdot S \cdot C_M$$

$$K_3 = 2 \cdot S \cdot C_S$$

$$K_4 = 2 \cdot S \cdot C_2 v_{medelhastighet} - 2 \cdot S \cdot C_M M_{ha} + 2 \cdot S \cdot C_3$$

och  $\alpha_k$  bestäms på samma sätt som beskrev i avsnitt 5.2.

Även tiden behöver göras avståndsdiskret, vilket görs på följande vis:

$$\begin{aligned}\frac{dt}{ds} &= \frac{1}{v} = \frac{1}{\sqrt{e}} \\ \frac{dt}{ds} &= \frac{t_{k+1} - t_k}{S} \\ t_{k+1} &= \frac{S}{\sqrt{e_k}} + t_k\end{aligned}$$

Tillståndsmodellen för hela systemet får följande utseende:

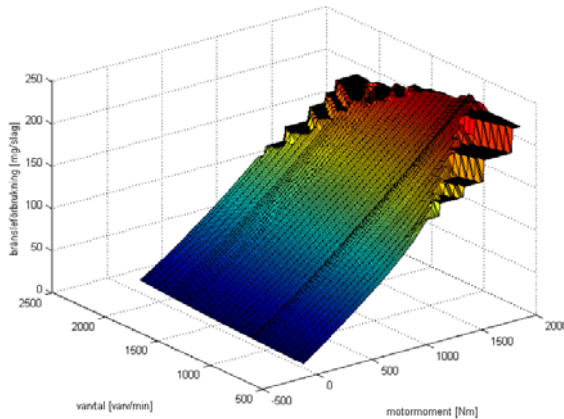
$$e_{k+1} = K_1 e_k + K_2 u_k + K_3 \sin(\alpha_k) + K_4$$

$$t_{k+1} = \frac{S}{\sqrt{e_k}} + t_k$$

Funktionen som ska minimeras är  $\int_0^{S_{\text{mål}}} g(u, e) ds$  där  $g(u, e)$  är bränsleförbrukning/sträcka.

Istället för att minimera integralen ovan, kan  $\int_0^{S_{\text{mål}}} f(u, e) ds$  minimeras där  $f(u, e)$  är bränsleförbrukning/slag. Anledningen till det är att om lastbilen ska förflytta sig en viss sträcka behöver den slå ett visst antal slag oberoende av hastigheten.

Vid en närmare undersökning av  $f(u, e)$  inses att det inte är en allt för stor approximation att ersätta  $f(u, e)$  med  $f_1(u) + f_2(e)$ . Se figur 6.1.



Figur 6.1: Bränsleförbrukning i mg/slag som funktion av varvtal och motormoment.

Funktionen som ska minimeras är alltså:

$$\sum_{k=1}^n [f_1(u_k) + f_2(e_k)]$$

Problemet som ska lösas är ett separabelt problem och kan enligt [9] lösas som ett linjärt problem om alla olinjära termer görs styckvis linjära.

Det nya optimeringsproblemet får då följande utseende:

$$\min \sum_{k=1}^m (L_u \cdot w_{u,k} + L_e \cdot w_{e,k}) \quad (6.5a)$$

$$B_e \cdot w_{e,k+1} = K_1 \cdot B_e \cdot w_{e,k} + K_2 \cdot B_u \cdot w_{u,k} + K_3 \cdot \sin(\alpha_k) + K_4 \quad (6.5b)$$

$$t_{k+1} = S \cdot L_t \cdot w_{e,k} + t_k \quad (6.5c)$$

där (6.5b) och (6.5c) gäller för  $k = 1, \dots, m$ .

$w_{e,k}$  och  $w_{u,k}$  är kolonnvektorer med element som antar värden mellan noll och ett beroende på hastighet och moment. Utseendet på vektorerna är följande:

$$w_{e,k} = \begin{bmatrix} w_{e1,k} \\ w_{e2,k} \\ \vdots \\ w_{en,k} \end{bmatrix}, \quad w_{u,k} = \begin{bmatrix} w_{u1,k} \\ w_{u2,k} \\ \vdots \\ w_{un,k} \end{bmatrix}$$

$B_e$  är en radvektor där första elementet är den hastighet i kvadrat lastbilen får om  $w_{e1,k} = 1$  och  $w_{ej,k} = 0$  för  $j \neq 1$ , det andra elementet är den hastigheten i kvadrat som lastbilen får om  $w_{e2,k} = 1$  och  $w_{ej,k} = 0$  för  $j \neq 2$  och så vidare.  $B_u$  är också en radvektor där första elementet motsvarar momentet som lastbilen får om  $w_{u1,k} = 1$  och  $w_{uj,k} = 0$  för  $j \neq 1$ , andra element motsvarar momentet som lastbilen får om  $w_{u2,k} = 1$  och  $w_{uj,k} = 0$  för  $j \neq 2$  och så vidare. Utseendet på radvektorerna är följande:

$$B_e = [e1 \ e2 \ \dots \ en] \\ B_u = [u1 \ u2 \ \dots \ un]$$

$L_e$  och  $L_u$  är radvektorer med följande utseende

$$L_e = [L_{e1} \ L_{e2} \ \dots \ L_{en}] \\ L_u = [L_{u1} \ L_{u2} \ \dots \ L_{un}]$$

där elementet  $L_{ei}$  är en del av bränsleförbrukningen då fordonets hastighet i kvadrat är  $ei$  och  $L_{ui}$  är andra delen av bränsleförbrukningen då fordonets motormoment är  $ui$ .

$L_t$  är en radvektor med följande utseende

$$L_t = \left[ \frac{1}{\sqrt{e1}} \quad \frac{1}{\sqrt{e2}} \quad \dots \quad \frac{1}{\sqrt{en}} \right]$$

### 6.1.1 Villkoren på optimeringsproblemet

Villkor på optimeringsproblemet är att som mest två  $w_{j,i}$  får vara nollskilda då  $j = 1, \dots, n$ . Om två  $w_{j,i}$  är positiva så måste de ligga bredvid varandra, dvs.  $w_{j,i} \neq 0$ ,  $w_{j+1,i} \neq 0$  och  $w_{q,i} = 0$  där  $q$  är alla värden mellan 1 och  $n$  skilda från  $j$  och  $j+1$ . Anledning till detta är att  $w_{j,i}$  används för att vikta hur nära aktuellt varvtal eller moment ligger de närliggande momenten och varvtalen. Antag till exempel att momentet som ska användas är  $u_0$ , där  $u_0 > u_3$  och  $u_0 < u_4$ . Då blir

$$w_{u3,i} = \frac{u_4 - u_0}{|u_4 - u_3|}$$

och

$$w_{u4,i} = \frac{u_3 - u_0}{|u_4 - u_3|}$$

Övriga  $w_{uj,i} = 0$ .

Om problemet är konvext, det vill säga att funktionen som ska minimeras är konvex och villkoren är konvexa kommer villkoret ovan att vara uppfyllt (om ett villkor på att  $0 \leq w_{j,i} \leq 1$  läggs till).

Ytterligare ett villkor som behövs är att momentet måste befinna sig under det maximala momentet.

Eftersom det inte kan vara optimalt att ha ett bromsande och ett drivande moment samtidigt går det bra att låta det bromsande momentet komma in på samma ställe i ekvationen som det drivande. För att beräkna vilket bromsande moment det verkligen motsvarar måste vissa omräkningar göras. Hänsyn till detta måste göras när styrsignalerna till lastbilen beräknas.

Då lastbilens hastighet är över 89 km/h får motorn inte producera ett drivande moment. Hänsyn till denna begränsning måste göras i optimeringen. Det mest självklara sättet att lösa detta på är att begränsa de tillåtna momenten så att endast moment mindre än eller lika med släpmoment kan fås vid högre hastigheter än 89 km/h. Tyvärr blir detta område icke-konvext, vilket leder till att villkoret som beskrev först i avsnittet inte kommer bli uppfyllt. Den lösning av problemet som väljs är att inte tillåta hastigheter över 89 km/h. Om föraren inte vill köra så fort som 89 km/h kan han/hon välja en lägre maximal hastighet,  $v_{max, förare}$ . Den hastighet som systemet använder som sin maximala hastighet är  $v_{max} = \min(89, v_{max, förare})$ .

För att ge en rättvis bild av bränslebesparingen krävs att det tar maximalt lika lång tid att förflytta sig en given sträcka för den framoptimerade körstrategin som det tar för den jämförande strategin. Villkoret som valts är att den totala tiden ska vara mindre än tiden det skulle ha tagit att förflytta sig sträckan med en given medelhastighet,  $v_{medel}$ .

Ytterligare ett krav som behövs är att hastigheten måste vara över en given minimumhastighet  $v_{min}$ . Detta eftersom beräkningarna endast gäller för högsta växeln och för att föraren ska kunna välja hur sakta han/hon är intresserad av att köra för att minska bränsleförbrukningen. Dock finns det exempel på vissa sträckor där det inte går att få en hastighet över den minimalt tillåtna hastigheten trots maximalt moment. Då sänks den minsta tillåtna hastigheten tills en lösning finns.

### 6.1.2 Undersökning av approximationerna

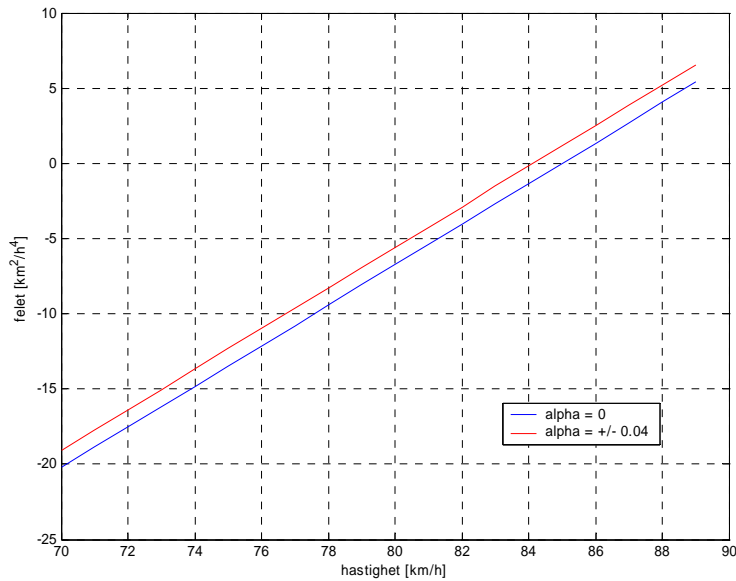
För att undersöka hur stor approximationen är då  $\cos(\alpha)$  ersättes med ett och då  $2 \cdot C_2 x_2$  antas vara konstant jämförs  $\dot{e}$  och  $\hat{e}$  där

$$\dot{e} = 2(C_1 + C_C \cos(\alpha)) \cdot e + 2C_2 \cos(\alpha) \sqrt{e} + C_M(u - M_{ha}) + 2C_3 \cos(\alpha) + 2C_S \sin(\alpha)$$

$$\hat{e} = 2 \cdot (C_1 + C_C) \cdot e + 2 \cdot C_2 \cdot v_{medel} + C_M(u - M_{ha}) + 2C_3 + 2 \cdot C_S \sin(\alpha)$$

Felet  $\tilde{e}$  blir då

$$\tilde{e} = \dot{e} - \hat{e} = 2 \cdot [C_C (\cos(\alpha) - 1) \cdot e + C_2 (\cos(\alpha) \sqrt{e} - v_{medel}) + C_3 (\cos(\alpha) - 1)]$$



Figur 6.2: Felet  $\tilde{e}$  vid olika hastigheter och lutningar

Som syns i figuren ovan är  $-20 \leq \tilde{e} \leq 5$ , vilket motsvarar att felet i hastighetsökningen varierar mellan  $-4.47 \text{ km/h}^2$  och  $2.24 \text{ km/h}^2$ . Dessutom går det att utläsa i figur 6.2 att felet är linjärt och inte särskilt stort, därför går det bra att göra denna approximation. Med den horisont som används skulle den beräknade hastigheten som maximalt kunna bli  $0.37 \text{ km/h}$  fel.

## 6.2 Undersökning av stabiliteten av den avståndsdiskreta modellen

Enligt beräkningar i kapitel 6.1 har den avståndsdiskreta modellen följande utseende

$$e_{k+1} = K_1 \cdot e_k + K_2 \cdot u_k + K_3 \cdot \sin(\alpha_k) + K_4 \quad (6.6)$$

$$t_{k+1} = \frac{S}{\sqrt{e_k}} + t_k \quad (6.7)$$

Ekvation (6.6) är stabil om  $K_1 < 1$  och eftersom  $K_1 = 0.9952$  är ekvationen stabil. Anledning till att ekvation (6.6) är stabil om  $K_1 < 1$  är att om  $K_2 = K_3 = K_4 = 0$  är

$$\begin{aligned} e_1 &= K_1 e_0 \\ e_2 &= K_1 e_1 = K_1^2 e_0 \\ &\vdots \\ e_k &= K_1^k e_0 \\ e_k &\rightarrow 0 \text{ om } K_1 < 1 \end{aligned}$$

Det vill säga en begränsad insignal ger en begränsad utsignal.

Däremot är inte ekvation (6.7) stabil, men ekvationen växer ”kontrollerat” om  $e_k \neq 0$ . Eftersom ett krav är att  $70^2 \leq e_k \leq 89^2$  kommer ekvationen att växa kontrollerat.

### 6.3 Lösningmetod

Genom att lösa det styckvis linjära problemet som beskrev i förgående avsnitt, fås ett optimalt moment till varje delsträcka. De optimala momenten beräknas fram i Matlab genom att använda kommandot "Linprog". Linprog löser problem av följande typ:

$$\begin{aligned} \min_X f \cdot X \\ A \cdot X \leq b \\ A_{eq} \cdot X = b_{eq} \end{aligned}$$

Det exakta utseendet för  $f$ ,  $X$ ,  $A$ ,  $b$ ,  $A_{eq}$  och  $b_{eq}$  i metod 2 finns i Appendix A.

Metoden som Linprog använder för att lösa optimeringsproblemet är baserat på LIPSOL som är en variant av Mehrotra's prediktions-korrektions algoritmen som är en primal-dual inre-punkt metod.

För att lösa stora linjära problem är det effektivast att formulera om dem till icke-linjära problem och sedan lösa dem med varierande modifieringar av icke-linjära algoritmer, vilket kallas inre-punkt metoder. De absolut bästa metoderna av de inre-punkt metoderna är de primal-duala metoderna. Fördelarna med dessa metoder jämfört med simplex är att det krävs signifikant färre iterationer. Dessa iterationer är visserligen dyrare att beräkna, men tack vare att det krävs färre iterationer blir den totala beräkningstiden kortare.

Det första som kommandot Linprog gör är att transformera problemet så att onödiga information tas bort och att alla begränsningar är skrivna på rätt sätt. Efter transformeringen ser det primala problemet ut på följande vis:

$$\begin{aligned} \min c^T \tilde{x} \\ \text{då } \tilde{A}\tilde{x} = \tilde{b} \\ \tilde{x} \geq 0 \end{aligned}$$

där  $c$  och  $\tilde{x}$  är vektorer med  $q$  element,  $\tilde{b}$  är en vektor med  $p$  element och  $\tilde{A}$  är en  $p \times q$  - matris.

Det duala problemet får följande utseende:

$$\begin{aligned} \max \tilde{b}^T \lambda \\ \text{då } \tilde{A}^T \lambda + s = c \\ s \geq 0 \end{aligned}$$

där  $\lambda$  är vektor med  $p$  element och  $s$  är en vektor med  $q$  element.

Primal-dual lösningen för det primala och duala problemet fås genom att använda Karusch-Kuhn-Tucker villkoren vilka kan skrivas som:

$$\begin{aligned}\tilde{A}^T \lambda + s &= c \\ \tilde{A} \tilde{x} &= \tilde{b} \\ x_i s_i &= 0 \text{ för } i = 1, 2, \dots, n \\ (\tilde{x}, s) &\geq 0\end{aligned}$$

Detta kan skrivas om till:

$$F(\tilde{x}, \lambda, s) = \begin{bmatrix} \tilde{A}^T \lambda + s - c \\ \tilde{A} \tilde{x} - b \\ XSe \end{bmatrix} = 0 \quad (6.8)$$

$$(\tilde{x}, s) \geq 0$$

där  $X = \text{diag}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$  och  $S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n)$ .

Vid varje iteration beräknas  $\tilde{x}^{k+1}$ ,  $\lambda^{k+1}$  och  $s^{k+1}$  genom att först beräkna prediktionsriktningen  $(\Delta \tilde{x}_p, \Delta \lambda_p, \Delta s_p)$  som beräknas enligt följande:

$$(\Delta \tilde{x}_p, \Delta \lambda_p, \Delta s_p) = -(F^T(\tilde{x}^k, \lambda^k, s^k))^{-1} F(\tilde{x}^k, \lambda^k, s^k)$$

där  $(\tilde{x}^k, s^k) > 0$ .

Därefter beräknas korrektionsriktningen  $(\Delta \tilde{x}_c, \Delta \lambda_c, \Delta s_c)$  som beräknas enligt följande:

$$(\Delta \tilde{x}_c, \Delta \lambda_c, \Delta s_c) = -(F^T(\tilde{x}^k, \lambda^k, s^k))^{-1} F(\tilde{x}^k + \Delta \tilde{x}_p, \lambda^k + \Delta \lambda_p, s^k + \Delta s_p) - \mu \hat{e}$$

där  $\mu > 0$  och  $\hat{e}$  är en noll-ett vektor så att endast villkoret  $XSe = 0$  påverkas av en störning.

Den nya punkten blir

$$(\tilde{x}^{k+1}, \lambda^{k+1}, s^{k+1}) = (\tilde{x}^k, \lambda^k, s^k) + \alpha \cdot ((\Delta \tilde{x}_p, \Delta \lambda_p, \Delta s_p) + (\Delta \tilde{x}_c, \Delta \lambda_c, \Delta s_c))$$

Iterationerna upprepas tills det totala relativa felet i (6.8) är tillräckligt litet. För mer information se [10] och [11].

När de optimala momenten har beräknats skickas momenten till den kompilerade versionen av modellen av lastbilen som är gjord i SHTL som beräknar fram bränsleförbrukning, körtid och position. Dock måste en kontroll göras om momentet är mindre än släpmomentet. Om så är fallet sätts motormomentet till släpmomentet och det bromsande momentet räknas ut på följande vis:

$$M_b = (M_{op} - M_{min}) \cdot i_i i_f n_t n_f$$

där  $M_b$  är bromsande moment,  $M_{op}$  är det framräknade momentet i optimeringsalgoritmen och  $M_{min}$  är släpmomentet.

Endast de k första motormomenten används av de m framräknade motormomenten. När lastbilen har förflyttat sig  $k \cdot S$  km är det dags för en ny optimering. Denna procedur upprepas till slutet av vägen nås.



## 6.4 Val av $k$ , $m$ och $S$

Värdet på  $k$  (antalet steg framåt som motormoment används),  $m$  (antal steg framåt som motormoment beräknas) och  $S$  (steglängden) påverkar både hur stor bränslebesparingen blir och beräkningstiden.

$k$  påverkar beräkningstiden på det viset att ju större  $k$  är desto längre tid är det mellan tidpunkterna då styr signaler ska beräknas. Beräkningstiden för varje beräkning ökar med storleken på  $m$ .  $S$  påverkar beräkningstiden genom att ju större  $S$  är desto längre förflyttar lastbilen sig på varje styr signal, vilket betyder att beräkningarna inte behövs göras lika ofta.

För att få en så stor bränslebesparing som möjligt bör  $k$  väljas till ett litet tal, eftersom korrigerings av styr signalerna sker oftare om beräkningarna av fordonets hastighet är felaktiga.

Ju större  $m$  är desto mer information om vägens utseende framför lastbilen används. Om hastigheten framför lastbilen kunde beräknas exakt skulle det absolut bästa valet av  $m$  vara ett så stort  $m$  så att information om hela körsträckan fanns tillgänglig. Det finns däremot ingen anledning till att välja ett så stort  $m$  eftersom beräkningstidens skulle bli alldeles för lång och beräkningarna av hastigheterna inte är exakta. Förutom de approximationer som gjordes då ekvation (6.5b) togs fram saknas information om hur vinden och väderleken är, vilket påverkar lastbilens hastighet. Dessutom borde inte vägens utseende flera mil framåt påverka hur lastbilen ska styras utan det är framförallt topografien på vägen närmast fordonet som påverkar valet av styr signaler, därför finns ingen nytta med att slösa bort beräkningskraft på att välja ett alltför stort  $m$ .

Approximationen som görs då Euler-framåt används blir större ju större  $S$  är. Även beräkningen av  $\alpha_k$  blir mer felaktig ju större  $S$  är. Storleken på  $S$  bestämmer även hur lång sträcka som varje styr signal ska användas. Om  $S$  väljs till ett litet tal får fordonet byta styr signal ofta vilket påverkar bränslebesparingen positivt. Om endast dessa saker tas till hänsyn borde  $S$  väljas till ett kort avstånd. Nackdelen med att välja ett alltför kort  $S$  är att det kommer krävs ett stort  $m$  för att horisonten som tas med i optimering inte ska bli för kort.

Enligt diskussionen ovan gäller det att välja en bra kombination av  $k$ ,  $m$  och  $S$  för att dels få en stor bränslebesparing men samtidigt inte alltför lång beräkningstid. För att välja  $k$ ,  $m$  och  $S$  så bra som möjligt kördes simuleringar med olika val av  $k$ ,  $m$  och  $S$ . Tanken var att genom att analysera resultatet skulle  $k$ ,  $m$  och  $S$  kunna väljas på bästa sätt.

För att så få simuleringar som möjligt skulle behöva göras gjordes en försöksplanering. Det rätta sättet att hantera experiment med flera faktorer är att göra kombinationsexperiment. Det är en experimentell strategi där faktorerna som ska undersökas varierar tillsammans. Hur designen av experimenten ska ske tas upp i [12]. I detta fall är det tre faktorer som ska analyseras och för att även få med icke-linjära effekter gjordes analysen med tre nivåer. Enligt teorin då nio experiment ska göras kan  $S$ ,  $m$  och  $k$  väljas enligt tabell 6.1. Intervallen på  $S$ ,  $m$  och  $k$  är satta enligt vad som ansågs kunna vara rimliga värden. Om intervallen är för snävt satta borde resultaten visa detta och då kan experimenten göras om med större intervall. Det som har varit i åtanke när intervallen bestämdes är att det inte borde vara en fördel att välja  $S$  mindre än 0.01 km eftersom informationen om vägens höjd som används i nuläget inte är sparade med ett tätare intervall än så. Dessutom kan inte  $m$  väljas till ett större värde än 440 med den dator kapacitet som användes i detta projekt. Sträckan som används då experimentet körs är en del av sträckan på vägen mellan Norrköping och Södertälje.

Experiment	S [km]	m [steg]	k [steg]
1	0.010	240	10
2	0.010	340	190
3	0.010	440	100
4	0.055	240	190
5	0.055	340	100
6	0.055	440	10
7	0.100	240	100
8	0.100	340	10
9	0.100	440	190

Tabell 6.1: Val av  $S$ ,  $m$  och  $k$  vid försöksplanering.

Resultaten från dessa experiment är sammanfattade i tabell 6.2.

Experiment	Bränsleförbrukning [g]	Körtid [h]
1	4 923.1	0.22989
2	4 968.0	0.23278
3	4 909.2	0.23128
4	4 382.6	0.23922
5	4 506.9	0.23611
6	4 625.3	0.23239
7	4 320.5	0.23972
8	4 612.2	0.23272
9	4 535.9	0.23856

Tabell 6.2: Resultat från experiment 1 – 9.

Som syns i tabell 6.2 är körtiden olika i experimenten. Eftersom körtiden har en stor inverkan på bränsleförbrukningen skulle resultaten inte bli rättvisa om bränsleförbrukningarna jämförs så som de presenteras i tabell 6.2. För att få en rättvis bild över hur mycket körtiden påverkar bränsleförbrukningen gjordes experiment 5 om ett antal gånger med olika värden på  $v_{medel}$  för att få olika körtider. Resultaten från dessa körningar är sammanfattade i tabell 6.3.

Experiment	Bränsleförbrukning [g]	Körtid [h]
5.a	4 156.8	0.25272
5.b	4 218.5	0.24878
5.c	4 285.6	0.24506
5.d	4 353.0	0.24206
5.e	4 438.2	0.23844
5.f	4 585.6	0.23417
5.g	4 706.7	0.23206
5.h	4 895.6	0.22972
5.i	4 111.4	0.25606
5.j	4 082.6	0.25911

Tabell 6.3: Resultat från experiment 5 med olika värden på  $v_{medel}$ .

En andragradsekvation ger en bra anpassning av dessa mätvärden. Ekvationen får följande utseende:

$$y = 10^6 \cdot x^2 - 41517 \cdot x + 25.893 \quad (6.9)$$

där  $y$  är ökningen av bränsleförbrukningen jämfört med experiment 5 och  $x$  är ökningen av körtiden jämfört med experiment 5.

Om bränsleförbrukningen i experiment 1 – 9 korrigeras med hjälp av ekvation (6.9) fås resultaten som är uppskrivna i tabell 6.4.

Experiment	Korrigerade bränsleförbrukning [g]
1	4 729.4
2	4 866.7
3	4 757.9
4	4 547.3
5	4 506.9
6	4 510.6
7	4 509.3
8	4 508.8
9	4 669.5

Tabell 6.4: Bränsleförbrukningen korrigerade enligt ekvation (6.9).

Om resultaten i tabell 6.4 analyseras är resultatet att bästa valet är att  $S = 0.1$  km,  $m = 240$  steg och  $k = 190$  steg.

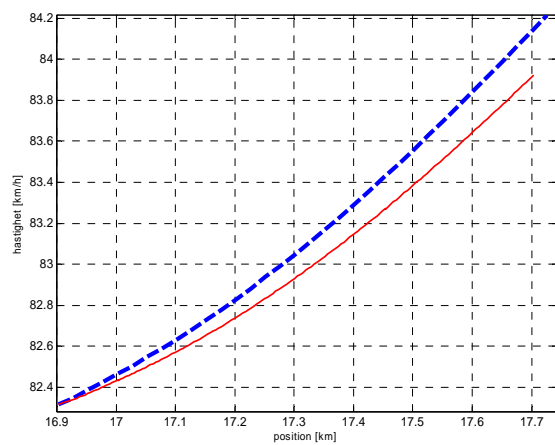
Dessa resultat är tvärtom vad som förväntades. Anledning till detta är att när  $S$  väljs till ett stort tal så stämmer inte beräkningarna av vilken hastighet olika moment ger. Detta leder till att hastigheten hos simuleringen blev högre än 89 km/h i nedförsbackarna trots att

optimeringsproblemet uppfyller villkoret att hastigheten ska vara under eller lika med 89 km/h. Denna otillåtna hastighet i nedförsbackarna leder till att sträckan då lastbilen kan förflytta sig utan drivande moment blev större samt att nedförsbacken tas snabbare vilket leder till att resterande sträcka kan köras långsammare och ändå ha samma totala körtid som en lastbil som kör samma sträcka med en hastighet under 89 km/h. Detta är anledningen till resultatet.

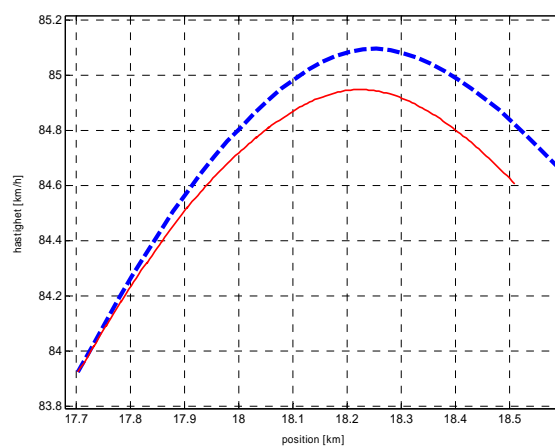
Då detta tillvägagångssätt inte kan användas för att bestämma  $k$ ,  $m$  och  $S$  undersöktes istället hur stora felen blev med olika val av  $k$ ,  $m$  och  $S$ . Till slut valdes  $k = 32$  steg,  $m = 280$  steg och  $S = 0.025$  km.

## 6.5 Feluppskattning

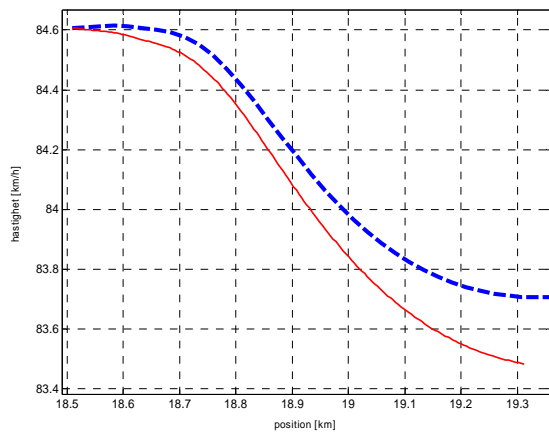
För att få en uppskattning hur stora de totala felen blir i modellen av lastbilen som använts i metod 2 för att optimera har hastigheten som lastbilen borde få enligt optimeringsalgoritmen jämförts med den hastigheten lastbilen får enligt modellen av lastbilen som är gjord i SHTL om den styrs efter de framoptimerade momenten. I figurerna 6.3, 6.4, 6.5 och 6.6 visas den jämförelsen för olika platser längs vägen. Felen som syns i figurerna är som maximalt 0.3 km/h, vilket känns acceptabelt. Eftersom inte alla körfall har undersökts kan det finnas fel som blir större på vissa sträckor. Det bör också påpekas att alla fel inte syns i figurerna. I verkligheten kommer även vind och väderlek påverka lastbilens hastighet.



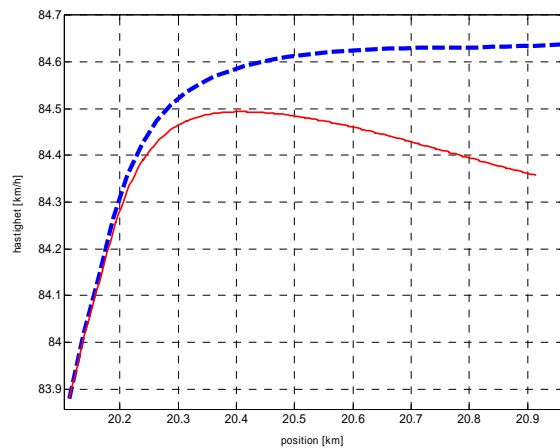
Figur 6.3: Båda linjerna visar hastigheten som funktion av positionen. Den streckade linjen visar den hastighet som optimeringsproblemet bedömer att fordonet får. Den heldragna linjen visar hastigheten som fordonet får enligt modellen i SHTL med det framoptimerade momentet.



Figur 6.4: Båda linjerna visar hastigheten som funktion av positionen. Den streckade linjen visar den hastighet som optimeringsproblemet bedömer att fordonet får. Den heldragna linjen visar hastigheten som fordonet får enligt modellen i SHTL med det framoptimerade momentet.



Figur 6.5: Båda linjerna visar hastigheten som funktion av positionen. Den streckade linjen visar den hastighet som optimeringsproblemet bedömer att fordonet får. Den heldragna linjen visar hastigheten som fordonet får enligt modellen i SHTL med det framoptimerade momentet.



Figur 6.6: Båda linjerna visar hastigheten som funktion av positionen. Den streckade linjen visar den hastighet som optimeringsproblemet bedömer att fordonet får. Den heldragna linjen visar hastigheten som fordonet får enligt modellen i SHTL med det framoptimerade momentet.

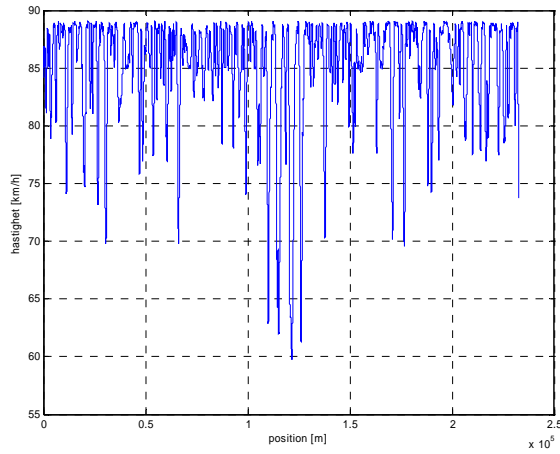
## 6.6 Resultat

I samtliga fall då metod 2 används är  $v_{min}$  satt till 70 km/h,  $v_{max, förare}$  till 89 km/h och  $v_{medel}$  till den hastighet som gör att körtiden blir den samma som för den jämförande körningen. Resultaten som presenteras i kapitlet är framtagna genom att momenten som beräknas av optimeringsalgoritmen används av modellen av lastbilen som är gjort i SHTL. Den jämförande modellen som beskrivs i avsnitt 4.2 har använts för att få resultaten som redovisas under vanlig körning.

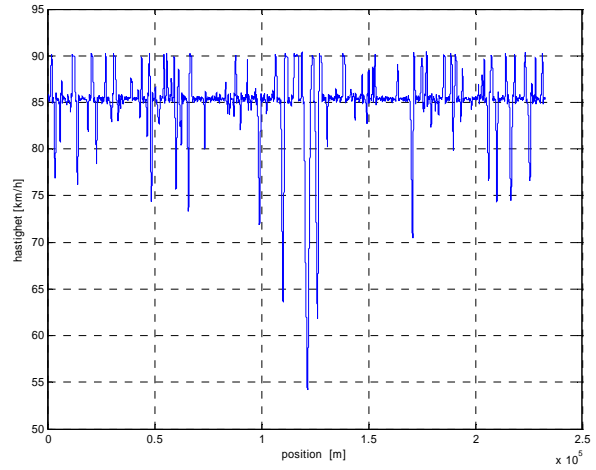
I tabell 6.5 visas resultat från simuleringen då vägen mellan Södertälje och Norrköping körs fram och tillbaka och då motor 1 används. Körningen gav en bränslebesparing på 3.05 %.

Väg	Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	
Motor	1	
	Metod 2	Vanlig körning
Tid	9 872 s $\approx$ 2.74 h	9 871 s $\approx$ 2.74 h
Sträcka	12 m -> 232 633 m	12 m -> 232 637 m
Bränsleförbrukning	63 875 g	65 881 g
Bränslebesparing	<b>3.05 %</b>	

Tabell 6.5: Resultat från simulering av en lastbil som kör sträckan mellan Södertälje och Norrköping fram och tillbaka och använder motor 1.

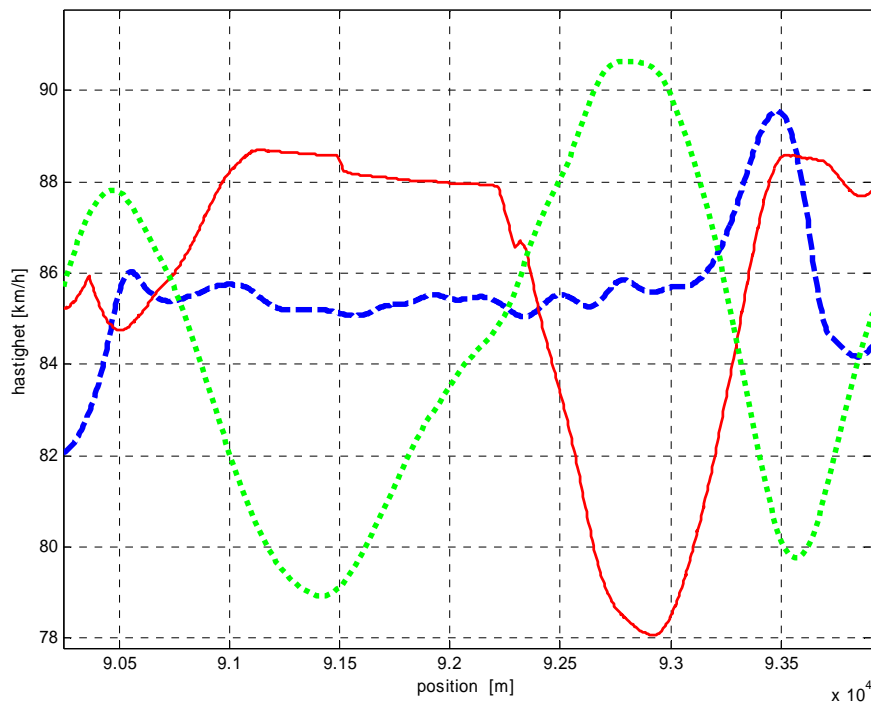


Figur 6.7: Hastigheten i km/h som funktion av positionen i m då metod 2 används.

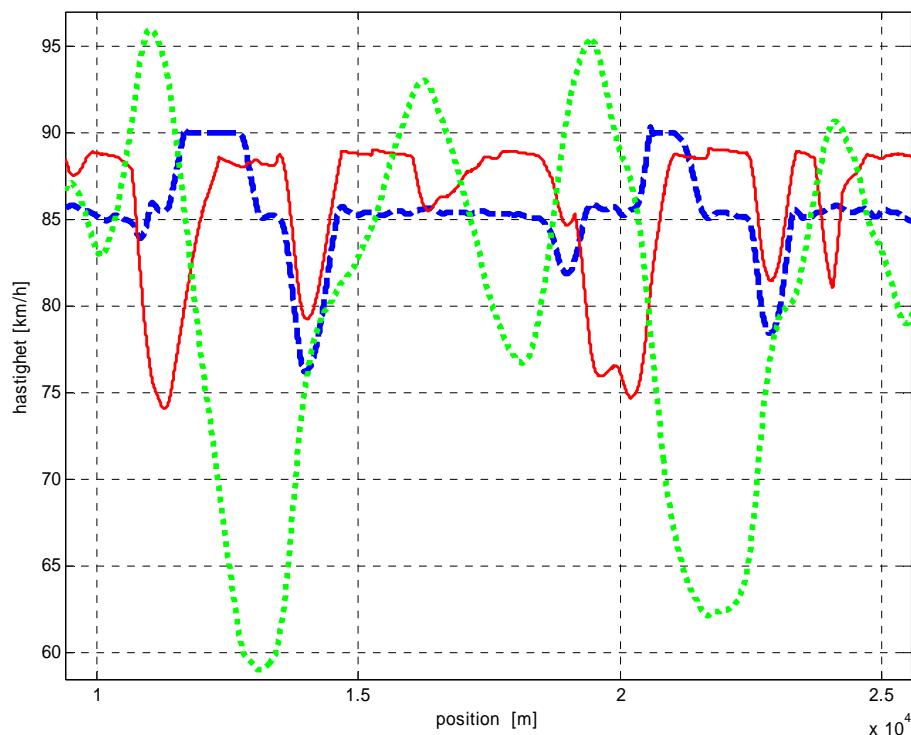


Figur 6.8: Hastigheten i km/h som funktion av positionen i m då farthållare används.

I figur 6.7 och 6.8 syns hur hastigheten varierar längs sträckan. Den största skillnaden som syns är att hastigheten då metod 2 används varierar betydligt mer än då farthållaren används.



Figur 6.9: Hastigheten som funktion av positionen då metod 2 används (heldragen linje) och hastigheten som funktion av positionen då farthållaren används (streckad linje). Den prickade linjen visar höjdens utseende.



Figur 6.10: Hastigheten som funktion av positionen då metod 2 används (heldragen linjen) och hastigheten som funktion av positionen då farthållaren används (streckad linjen). Den prickad linjen visar höjden.

I figur 6.9 och figur 6.10 visas två typiska körfall för metod 2. I figurerna syns det att metod 2 utnyttjar nedförsbackarna för att öka hastigheten och behåller sedan denna högre hastighet en bra bit upp i nästa uppförsbacke. Innan lastbilen når toppen av uppförsbacken sjunker lastbilens hastighet för att sedan få upp farten igen i nästa nedförsbacke.

Samma sträcka som ovan är körd med en annan motor, vilken kallas motor 2. Resultatet från den simuleringen gav resultaten som är sammanfattade i tabell 6.6.

Väg	Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	
Motor	2	
	Metod 2	Vanlig körning
Tid	9 802 s $\approx$ 2.72 h	9 802 s $\approx$ 2.72 h
Sträcka	12 m -> 232 633 m	12 m -> 232 637 m
Bränsleförbrukning	63 762 g	64 650 g
Bränslebesparing	1.37 %	

Tabell 6.6: Resultat från simulering av en lastbil som kör sträckan mellan Södertälje och Norrköping fram och tillbaka och använder motor 2.

I tabell 6.7 och 6.8 sammanfattas resultaten från simuleringar då lastbilen styrdes enligt metod 2 och med den jämförande modellen. Sträckan som är körd är vägen i Tyskland mellan platserna Gräfenhausen och Wenderhausen. I tabell 6.7 finns resultaten från då motor 1 används och i tabell 6.8 då motor 2 används.

Väg	Gräfenhausen -> Wenderhausen	
Motor	1	
	<b>Metod 2</b>	<b>Vanlig körning</b>
Tid	10 637 s $\approx$ 2.95 h	10 637 s $\approx$ 2.95 h
Sträcka	26 m -> 244 587 m	26 m -> 244 593 m
Bränsleförbrukning	71 815 g	72 012 g
Bränslebesparing	<b>0.27 %</b>	

Tabell 6.7: Resultat från simulering då en lastbil som kör sträckan mellan platserna Gräfenhausen och Wenderhausen och motor 1 används.

Väg	Gräfenhausen -> Wenderhausen	
Motor	2	
	<b>Metod 2</b>	<b>Vanlig körning</b>
Tid	10 498 s $\approx$ 2.92 h	10 498 s $\approx$ 2.92 h
Sträcka	26 m -> 244 587 m	26 m -> 244 588 m
Bränsleförbrukning	71 329 g	70 563 g
Bränslebesparing	<b>-1.09 %</b>	

Tabell 6.8: Resultat från simulering då en lastbil som kör sträckan mellan platserna Gräfenhausen och Wenderhausen och motor 2 används.

Då motor 1 användes på Tysklands-vägen blev besparingarna betydligt sämre än då vägen mellan Södertälje och Norrköping kördes. När motor 2 användes blev resultatet ännu sämre. Här gav körningen enligt metod 2 en större bränsleförbrukning än om lastbilen skulle ha styrts efter farthållarens signaler. Någon enkel förklaring till varför resultatet blev så dåligt har inte kunnat hittas. En anledning kan vara att de förenklingar som görs är för stora och dessa fel bli större på de hastigheter och moment som används på vägen mellan Gräfenhausen och Wenderhausen.

Då bränslebesparingen anges har det stor betydelse med vilken körning som metoden jämförs med. För att få en rättvis jämförelse med metod 3 är ovanstående resultat jämförda med en modell som använder en farthållare där hastigheten på lastbilen tillåts att öka till 90 km/h innan bromsarnas används. Eftersom hastigheten för lastbilen inte tillåts att bli högre än 89 km/h då metod 2 används skulle det även vara intressant att se hur stora besparingar blir om även den jämförande modellens hastighet är begränsad till 89 km/h. Resultaten från den jämförelsen presenteras i tabell 6.9.



Sträcka	Motor	Besparing
Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	1	3.76 %
Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	2	2.16%
Gräfenhausen -> Wenderhausen	1	0.62 %
Gräfenhausen -> Wenderhausen	2	-0.77 %

Tabell 6.9: Resultat då simuleringar på olika vägar och med olika motorer jämförts med simuleringar då farthållarens maximala hastighet är 89 km/h.

I tabell 6.9 går det att utläsa att bränslebesparingarna blir betydligt större om metodens körning istället jämförs med en modell körd med en farthållare där den maximala hastigheten i nedförsbackarna ändras från 90 km/h till 89 km/h.

## 6.7 Implementeringsmöjligheter

En intressant frågeställning är om metod 2 är möjligt att implementera i en lastbil. Så som metoden är skriven idag är det inte möjligt, eftersom programmet måste vara implementerad i C. I nuläget är metoden implementerad i Matlab. Problem som kan uppkomma om metoden ska implementeras i lastbilen är att Matlab använder 64 bitars flyttal men styrenheten som skulle ansvara för metoden använder endast 32 bitars flyttal som mest. Följden av det är att uträkningar blir mindre korrekta. Ytterligare en sak som bör finnas i åtanke är vad som händer om beräkningarna inte slutförs i tid. Programmet måste vara skrivit så att lastbilen väljer en vettig lösning trots detta. Så som programmet är skrivit idag räknar programmet ut vilken styrsignal lastbilen ska ha i den position lastbilen befinner sig i när uträkningen startar och med lastbilens hastighet i samma position. Eftersom lastbilen varken kommer ha den hastigheten eller befinna sig vid den positionen när beräkningen är klar, är det inte riktigt rätt att göra så. Ett bättre sätt skulle vara att en viss tid/sträcka innan lastbilen når den position där styrsignalen ska användas ifrån beräkna vilken hastighet lastbilen borde få vid den positionen och sedan utifrån den hastigheten och den positionen lösa optimeringsproblemet.

För att få en uppfattning om beräkningstiden har CPU-tiden för att lösa optimeringsproblemet en gång tagits fram. I värsta fallet är CPU-tiden på en dator med en Intel Pentium 4 processer och 3.2 GHz, 60 sekunder. I värsta fallet försöker programmet lösa optimeringsproblemet 20 gånger. Det inträffar om det inte finns någon lösning till optimeringsproblemet. Då sänks medelhastighetskravet och kravet på den minsta tillåtna hastigheten. Med anledning till detta kan CPU-tiden i värsta fallet bli 20 minuter. Antalet gånger som programmet försöker lösa optimeringsproblemet och hur mycket hastighetskraven ändras per gång kan givetvis ändras, men resultaten som presenterades i detta kapitel blir då inte desamma. I normala fallet tog beräkningen mellan 20 och 30 sekunder.

Den mängden av minne som algoritmen tillåts allokera i styrenheten är några kilobyte. Med tanke på att algoritmen i nuläget allokerar cirka 70 000 kilobyte blir det svårt att implementera som den ser ut i nuläget.

## **6.8 Slutsatser**

Om en lastbil styrs enligt metod 2 skulle det enligt resultaten som presenteras i detta kapitel ge en besparing i bränsleförbrukningen på maximalt 3.05 %. Dock ger vissa körfall även en ökning av bränsleförbrukningen.

De tendenser som syns i resultaten är att nedförsbackarna används för att öka hastigheten på lastbilen. För att få så stor fördel av nedförsbackarna som möjligt gäller det att nå nedförsbackarna med låg hastighet. Om nedförsbacken inte är tillräckligt lång eller brant för att nå den maximala hastigheten utan drivande moment är det en fördel att använda så mycket motormoment det krävs för att få den maximala hastigheten. Detta eftersom det är betydligt billigare att öka hastigheten i nedförsbackarna än på platt väg. Ytterligare tendenser som syns är att det är en fördel om uppförsbackarna tas så fort som möjligt.

Det finns två stora nackdelar med metoden. Den ena är att metoden är väldigt beräkningskrävande och att mycket minne behövs. Den andra nackdelen är kravet på att hastigheten inte får överskrida 89 km/h. Dessa två saker måste ändras om metoden ska kunna implementeras i en lastbil i framtiden. Dessutom behövs det undersökas mer varför metoden gav en ökning av bränsleförbrukningen i vissa körfall.

## 7. Metod 3

---

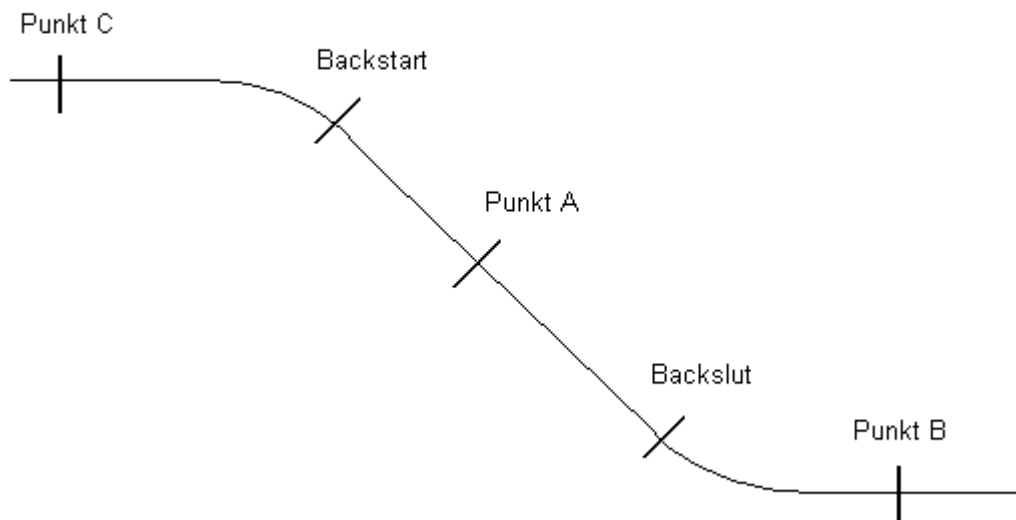
Metod 3 bygger på att intressanta punkter letas upp längs vägen och att fordonet använder olika strategier mellan dessa punkter. Punkternas placering bygger på resultatet från simuleringarna då metod 2 används samt vad som rent logiskt borde vara optimalt. Kapitlet börjar med att beskriva grundidén för metod 3. Därefter kommer en beskrivning om hur de olika punkterna som är förklarade i avsnitt 7.1 beräknas. I avsnitt 7.3 förklaras hur styrningen mellan punkterna sker. I efterföljande avsnitt presenteras resultaten som simuleringar med metod 3 gav. Därefter kommer ett avsnitt där implementeringsmöjligheterna diskuteras. Kapitlet avslutas med ett avsnitt om de slutsatser som har kunnat dras.

### 7.1 Beskrivning

Då metod 3 används är endast upp- och nedförsbackarna intressanta. I detta avsnitt beskrivs vilka punkter som är intressanta att titta på för att styrningen i upp- respektive nedförsbackar ska ske på ett bra sätt.

#### 7.1.1 Nedförsbackar

En lastbil ökar farten i nedförsbackar utan gaspådrag på grund av sin tyngd. Det borde därför vara optimalt bränslebesparingsmässigt att ha låg hastighet i början av en nedförsbacke. Om lastbilen når nedförsbackens början med en hög hastighet skulle föraren bli tvingad att bromsa, vilket medför att energi går förlorad. Det bästa ur bränsleförbrukningssynpunkt borde därför vara att lastbilen når nedförsbackarna med så låg hastighet så att varken drivande eller bromsande moment behövs för att lastbilen ska få sin maximalt tillåtna hastighet vid slutet av nedförsbacken. För att lastbilen ska styras på detta sätt har följande punkter tagits fram.



Figur 7.1: Intressanta punkter i nedförsbackar.

Punkterna som är utritade i figur 7.1 har följande betydelse:

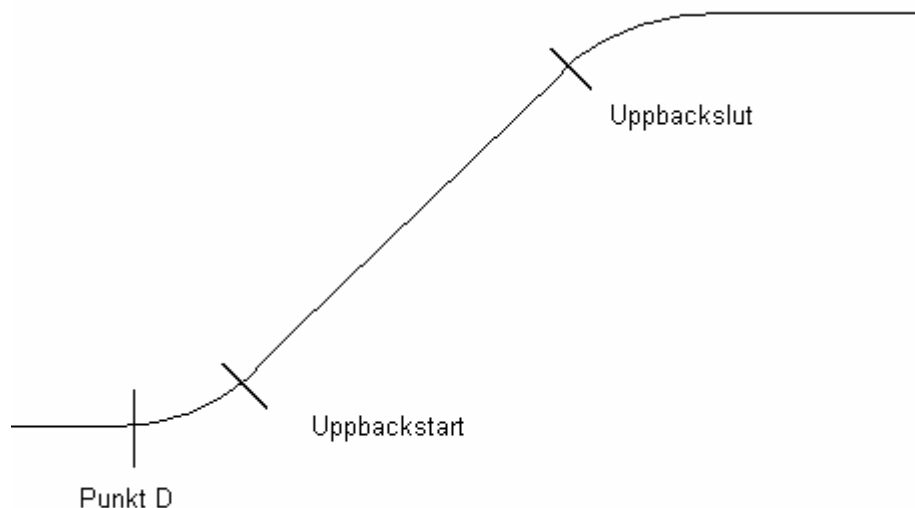
- Backstart: Den punkt där lutningen är sådan att lastbilen kommer att bibehålla sin hastighet utan gaspådrag eller bromspåverkan.
- Backslut: Den punkt där lutningen är sådan att lastbilen återigen kommer att bibehålla sin hastighet utan gas- eller bromspåverkan.
- Punkt A: Den position som medför att lastbilen når sin maximala hastighet  $v_{max}$  vid Backslut utan gas- eller bromsinverkan. Vid beräkningar antas lastbilen ha referenshastighet  $v_{ref}$  vid Punkt A.
- Punkt B: Den punkt där hastigheten återigen kommer vara  $v_{ref}$  om hastigheten vid Backslut var  $v_{max}$  och att inget drivande eller bromsande moment har används.
- Punkt C: Den punkt som medför att lastbilen kommer nå Punkt A med hastigheten  $v_{ref}$  om inget drivande moment har används från och med Punkt C och att hastigheten inte underskrider den minsta tillåtna hastigheten  $v_{min}$ .

Grundtanken är alltså att det inte ska finnas något drivande moment på lastbilen från Punkt C till Punkt B. Lastbilens maximala hastighet fås vid Backslut och vid Punkt B är lastbilens hastighet återigen  $v_{ref}$ .

Det kan tänkas sig att det skulle vara fördelaktigt att utnyttja att låta det ta längre tid för lastbilen att nå  $v_{ref}$  igen efter Backslut. Simuleringar visade att bränsleförbrukning blev som minst om motormoment mellan backslut och den plats då hastighet åter blev  $v_{ref}$  var 40 Nm. Denna punkt där lastbilen åter har hastigheten  $v_{ref}$  kallas Punkt B+.

### 8.1.2 Uppförsbackar

För att ytterligare utnyttja resultat från metod 2, borde det vara fördelaktigt att även reglera lastbilens beteende i uppförsbackarna. Enligt metod 2 verkar det vara optimalt att ha en hög hastighet i uppförsbackarna och att endast i slutet av uppförsbacken sänka hastigheten. För att lastbilen ska styras på detta sätt tas följande punkter fram.



Figur 7.2: Intressanta punkter i uppförsbackar.

Punkterna som är utritade i figur 7.2 har följande betydelse.

- Punkt D: Den punkt som gör att om lastbilen körs med fullt moment från och med Punkt D till och med Uppbackstart så kommer lastbilens hastighet vara  $\min(89, v_{max})$  vid Uppbackstart om hastigheten vid Punkt D var  $v_{ref}$ .
- Uppbackstart: Den punkt i backen där lutningen är sådan att lastbilen precis klarar av att behålla  $\min(89, v_{max})$  vid fullt moment.
- Uppbackslut: Den punkt där lutningen är sådan att lastbilen åter igen klarar av att behålla en hastighet på  $\min(89, v_{max})$  vid fullt moment.

Grundtanken är alltså att lastbilen accelereras maximalt från Punkt D till Uppbackstart så att lastbilens hastighet vid Uppbackstart är  $\min(89, v_{max})$ . Därefter styrs fordonet efter farthållarens styrsignaler som är inställd på en hastighet som är  $\min(89, v_{max})$  mellan Uppbackstart och Uppbackslut.

### 7.2 Tillvägagångssätt för att beräkna samtliga punkter

Backstart, Backslut, Uppbackstart, Uppbackslut, Punkt A, Punkt B och Punkt D samt två vektorer för olika Punkt C som beror på hastighet kan beräknas innan körning startas om information om vägens lutning finns tillgänglig. Dessa punkter är beroende av hastigheten, bilens vikt, motorstyrka och utväxlingen.

### 7.2.1 Backslut och Backstart

Den lutning som krävs för att lastbilen ska behålla sin hastighet då motormoment är släpmomentet, lastbilens vikt är 40 ton och motor 1 respektive 3 används visas i tabell 7.1. Värderna har tagits fram genom att använda en modell av lastbilen som är gjord i SHTL.

Hastighet [km/h]	Lutning [rad] – motor 1	Lutning [rad] – motor 3
80	-0.01334	-0.01328
83	-0.01376	-0.01376
85	-0.01405	-0.01405
86	-0.01420	-0.01420
87	-0.01435	-0.01435
88	-0.01450	-0.01451
89	-0.01466	-0.01466
90	-0.01480	-0.01482

Tabell 7.1: Lutningen i radianer som krävs för att lastbilen ska behålla sin hastighet utan drivande moment vid olika hastigheter och motorer.

Det mest korrekta borde vara att låta Backstart och Backslut motsvara den punkt där lutningen motsvarar den lutning som redovisas i tabell 7.1 för den hastighet lastbilen har när den passerar Backstart respektive Backslut. Ett problem med detta lösningssätt är att det inte finns någon kunskap om hastigheten vid Backstart när den ska beräknas. Om hastigheten antas vara  $v_{ref}$  vid Backstart uppkommer ytterliggare ett problem när punkterna ska tas fram. Problemet är att i nuläget söks vektorn där lutningen för hela vägen finns lagrad igenom. När lutningen som motsvarar Backstart har hittas börjar programmet leta efter Backslut. Eftersom hastigheten vid Backslut är större än vid Backstart så är också lutningen större. Detta gör att programmet ofta kommer tro att Backslut befinner sig strax efter Backstart, vilket är fel. För att undvika dessa problem så antas den lutning där Backstart och Backslut är placerade motsvara medelvärdet av  $v_{ref}$  och  $v_{max}$ . Den lutning som används är alltså den lutning,  $\alpha_{nerbacke}$ , som motsvarar hastigheten av  $0.5 \cdot (v_{ref} + v_{max})$ . Den plats där den aktuella lutningen växlar från att vara större än  $\alpha_{nerbacke}$  till att vara mindre än  $\alpha_{nerbacke}$  motsvarar Backstart och den plats där den aktuella lutning växlar från att vara mindre än  $\alpha_{nerbacke}$  till att vara större än  $\alpha_{nerbacke}$  motsvarar Backslut.

### 7.2.2 Uppbackstart och Uppbackslut

Ett tillvägagångssätt som liknar det som användes för att bestämma Backslut och Backstart används för att bestämma Uppbackstart och Uppbackslut. Genom SHTL hittas den brantaste möjliga uppförbacke där lastbilen lyckas behålla sin hastighet vid maximala moment. Resultatet från simuleringarna visas i tabell 7.2.

Hastighet [km/h]	Lutning [rad] – motor 1	Lutning [rad] – motor 3
85	0.01757	0.02223
86	0.01739	0.02190
87	0.01717	0.02154
88	0.01694	0.02111
89	0.01668	0.02075

Tabell 7.2: Den maximala lutningen i radianer samt lastbilen klarar av att behålla hastigheten vid maximalt motormoment vid olika hastigheter och med olika motorer.

Precis samma problem som uppkommer då Backslut och Backstart ska beräknas uppkommer då Uppbackstart och Uppbackslut ska beräknas. Vid beräkningen av dessa punkter saknas kunskap om hastigheten vid Uppbackslut. Här antas istället att hastigheten vid både punkterna är  $\min(v_{max}, 89)$ . Det gör att den lutning  $\alpha_{uppbacke}$  som används är den lutning som motsvarar hastigheten  $\min(v_{max}, 89)$ . Uppbackstart är den platsen där den aktuella lutningen växlar från att vara mindre än  $\alpha_{uppbacke}$  till att vara större och Uppbackslut är den plats där lutningen växlar från att vara större än  $\alpha_{uppbacke}$  till att vara mindre.

## 7.2.3 Punkt A

För att kunna beräkna Punkt A måste systemet ha en ekvation för att kunna beräkna utgångshastigheten  $x_{2,k-1}$  om den nuvarande hastigheten är  $x_{2,k}$  och momentet som användes för att nå den hastigheten är  $M_k$ .

I kapitel 5.2 togs en avståndsdiskret ekvation fram för att beräkna hastigheten. Ekvationens utseende är följande

$$x_{2,k+1} = \frac{S}{x_{2,k}} (C_1 x_{2,k}^2 + C_C \cos(\alpha_k) \cdot x_{2,k}^2 + C_2 \cos(\alpha_k) \cdot x_{2,k} + C_M (M_{m,k} - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha_k) + C_S \sin(\alpha_k)) + x_{2,k} \quad (7.1)$$

Ekvation (7.1) kan skrivas om till

$$x_{2,k-1} = \sqrt{\left( \frac{C_2 \cos(\alpha_k) \cdot S - x_{2,k}}{2 \cdot S \cdot [C_1 + C_C \cos(\alpha_k)] + 2} \right) - \left( \frac{[C_M \cdot (M_{m,k} - M_{ha}) + C_3 \cos(\alpha_k) + C_S \sin(\alpha_k)] \cdot S}{S \cdot [C_1 + C_C \cos(\alpha_k)] + 1} \right)} - \left( \frac{C_2 \cos(\alpha_k) \cdot S - x_{2,k}}{2 \cdot S \cdot [C_1 + C_C \cos(\alpha_k)] + 2} \right) \quad (7.2)$$

För att beräkna vid vilken position,  $x_{1,k-1}$ , som hastigheten är  $x_{2,k-1}$  används följande ekvation

$$x_{1,k-1} = x_{1,k} - S \quad (7.3)$$

Beräkningsgången för att beräkna Punkt A är förenklad så att slutpositionen är Backslut, hastigheten är  $v_{max}$  och motormomentet är släpmomentet. Med hjälp av ekvation (7.2) och (7.3) beräknas den hastighet och position som lastbilen borde ha haft tidigare om

släpmomentet användes. Om den framräknade hastigheten är större än  $v_{ref}$  beräknas hastigheten och positionen ytterliggare ett steg bakåt. Detta upprepas så länge som den framräknade hastigheten är större än  $v_{ref}$ . När hastigheten underskrider  $v_{ref}$  görs en kontroll om den framräknade positionen är en tidigare plats än Backstart. Om det är så sätts Punkt A till Backstart och hastigheten vid Backslut beräknas med hjälp av ekvation (7.1) annars är Punkt A den position som beräknades fram. Hastigheten vid Backslutet används av den delen av programmet som beräknar Punkt B+. En mer exakt förklaring hur beräkningen av Punkt A och hastigheten vid Backslut går till visas i Appendix A.

#### 7.2.4 Punkt B+

För att beräkna punkt B+ krävs en ekvation för att beräkna vad hastigheten blir en bit framåt om den nuvarande hastigheten är känd och motormomentet som används är 40 Nm. En ekvation för detta har redan tagits, se ekvation (7.1). Ekvation (7.1) tillsammans med ekvation (5.1b) används för att beräkna Punkt B+. Förenklat är tillvägagångssättet att startpunkten i uträkningen sätts till Backslut och hastigheten till hastigheten vid Backslutet som togs fram samtidigt som Punkt A beräknades. Med hjälp av ekvation (7.1) och (5.1b) beräknas nästa position och hastigheten vid den positionen om motormomentet är 40 Nm. Om den nyligen framräknade hastigheten är större än  $v_{ref}$  beräknas nästa position och hastigheten vid den positionen. Detta upprepas så länge villkoret ovan gäller. När villkoret däremot inte är uppfyllt så sätts Punkt B+ till den senaste framräknade positionen. En mer exakta beskrivning av tillvägagångssättet för att beräkna Punkt B+ finns i Appendix A.

#### 7.2.5 Punkt C

Platsen där Punkt C hamnar är beroende på vilken hastighet som lastbilen har innan nedförsbacken. Eftersom lastbilen har kört med farthållare fram till Punkt C saknas kunskap om lastbilens fart. Därför tas istället två vektorer fram som tillsammans innehåller information om vilken hastighet som krävs vid en given punkt för att hastigheten vid Punkt A ska vara  $v_{ref}$ . För att beräkna dessa två vektorer används ekvation (7.2) och (7.3). Tillvägagångssättet är förenklat så att slutpositionen sätts till Punkt A:s position och sluthastigheten sätts till  $v_{ref}$ . Motormomentet som används är släpmomentet. Förgående position och hastigheten vid den positionen beräknas med hjälp av ekvation (7.3) och (7.2). Om hastigheten är större än  $v_{min}$  och mindre än  $\min(89, v_{max})$ , där  $v_{min}$  är den minsta hastighet föraren tillåter att lastbilen har, så beräknas ytterliggare en position fram och hastigheten vid den positionen. Detta upprepas till villkoret ovan inte gäller längre. Alla positioner och hastigheter har sparats i två vektorer som sedan används för att bestämma vart Punkt C hamnar. Exakt hur dessa två vektorer, platsC och hastighetC, beräknas visas i flödesschemat som är uppritat i Appendix A.

#### 7.2.5 Punkt D

För att beräkna Punkt D används återigen ekvation (7.2) och (7.3). Förenklat är beräkningsgången så att först sätts sluthastigheten till  $\min(89, v_{max})$  och slutpositionen till Uppbackstart. Motormomentet som används är det maximala motormomentet. Därefter beräknas förgående hastighet och position med hjälp av ekvation (7.3) och (7.2). Om förgående hastighet är större än  $v_{ref}$  så beräknas hastigheten och positionen före den nyligen framräknade positionen fram. Detta upprepas till villkoret inte längre gäller. Då sätts Punkt D



till den senaste framräknade positionen. Flödesschemat i Appendix A visar en mer detaljerad beskrivning av hur beräkningarna sker.

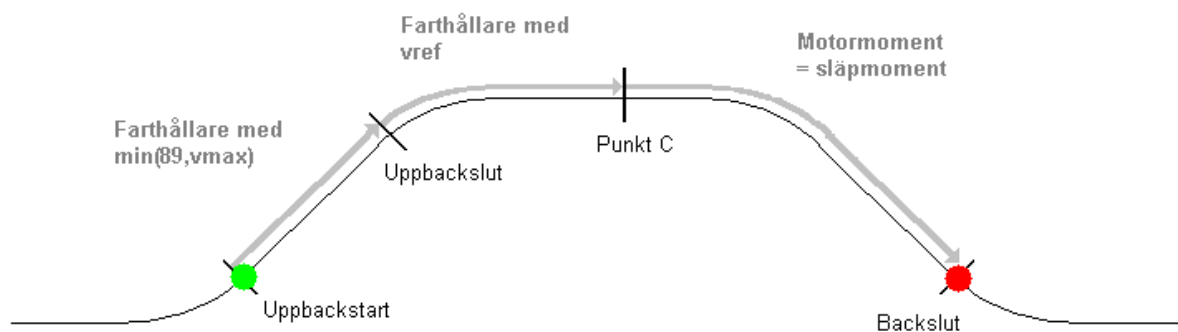
### 7.3 Lösningsgång

När alla punkter har beräknats enligt ovan, kan körningen startas. Vilka strategier som ska användas beror både på om nästa backe är en upp- eller nedförsbacke och om lastbilen senast passerade en upp- eller nedförsbacke.

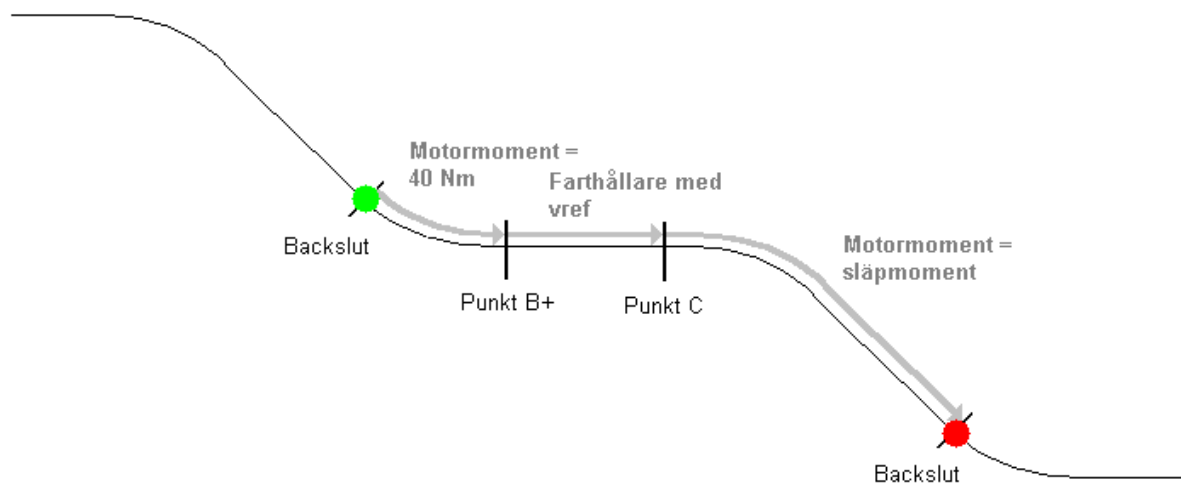
Grundidén för hur styrningen ska ske visas i figur 7.3 – 7.6. Dock finns det tillfällen då punkterna inte hamnar i den ordningen som är uppräpnade i figurerna nedan. Till exempel i figur 7.4 kan Punkt C befina sig före Uppbackslut.



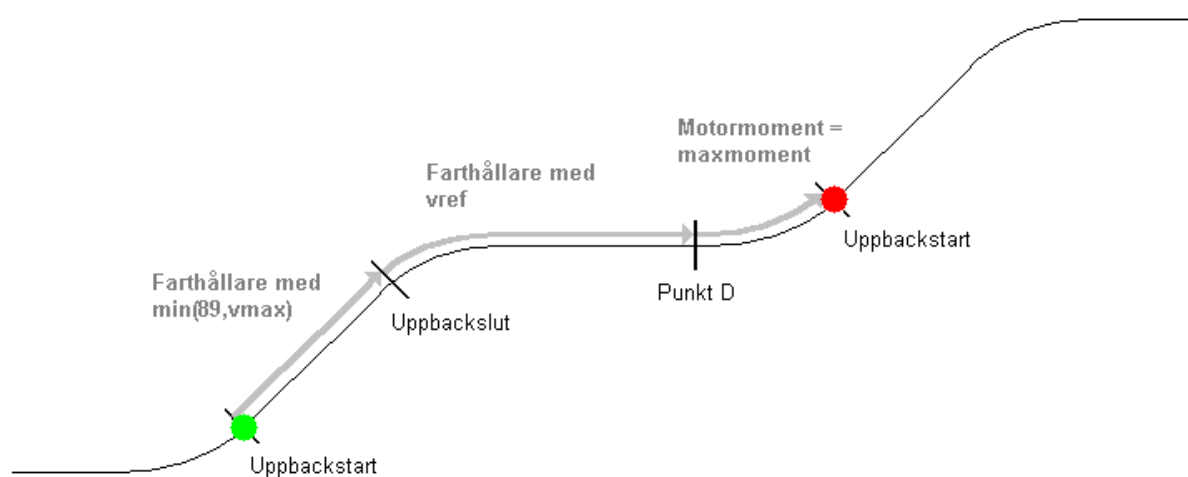
Figur 7.3: Styrningen då lastbilen befinner sig vid Backstart och därefter ska ta en uppförsbacke.



Figur 7.4: Styrningen då lastbilen befinner sig vid Uppbackstart och därefter ska en nedförsbacke.



Figur 7.5: Styrningen då lastbilen befinner sig vid Backslut och därefter ska ta en nedförsbacke.



Figur 7.6: Styrningen då lastbilen befinner sig vid Uppbackstart och efteråt kommer ytterligare en uppförsbacke.

Flödesschemat i figur 7.9 – 7.13 visar hur de olika punkter används och vilken strategi som väljs mellan olika punkter. I dessa flödesscheman finns beteckningen f.m.C som står för första möjliga C och är den första position innan varje nedförsbacke som kan bli punkt C.

Figur 7.7 visar ett exempel på en symbol som finns med i flödesschemat nedan. "HanteraPunktC" är programmet som anropas och finns beskrivet i ett senare flödesschema. Programmet används mellan punkterna Uppbackstart i den uppförsbacke som lastbilen befinner sig i till Backslut i nästa uppförsbacke.

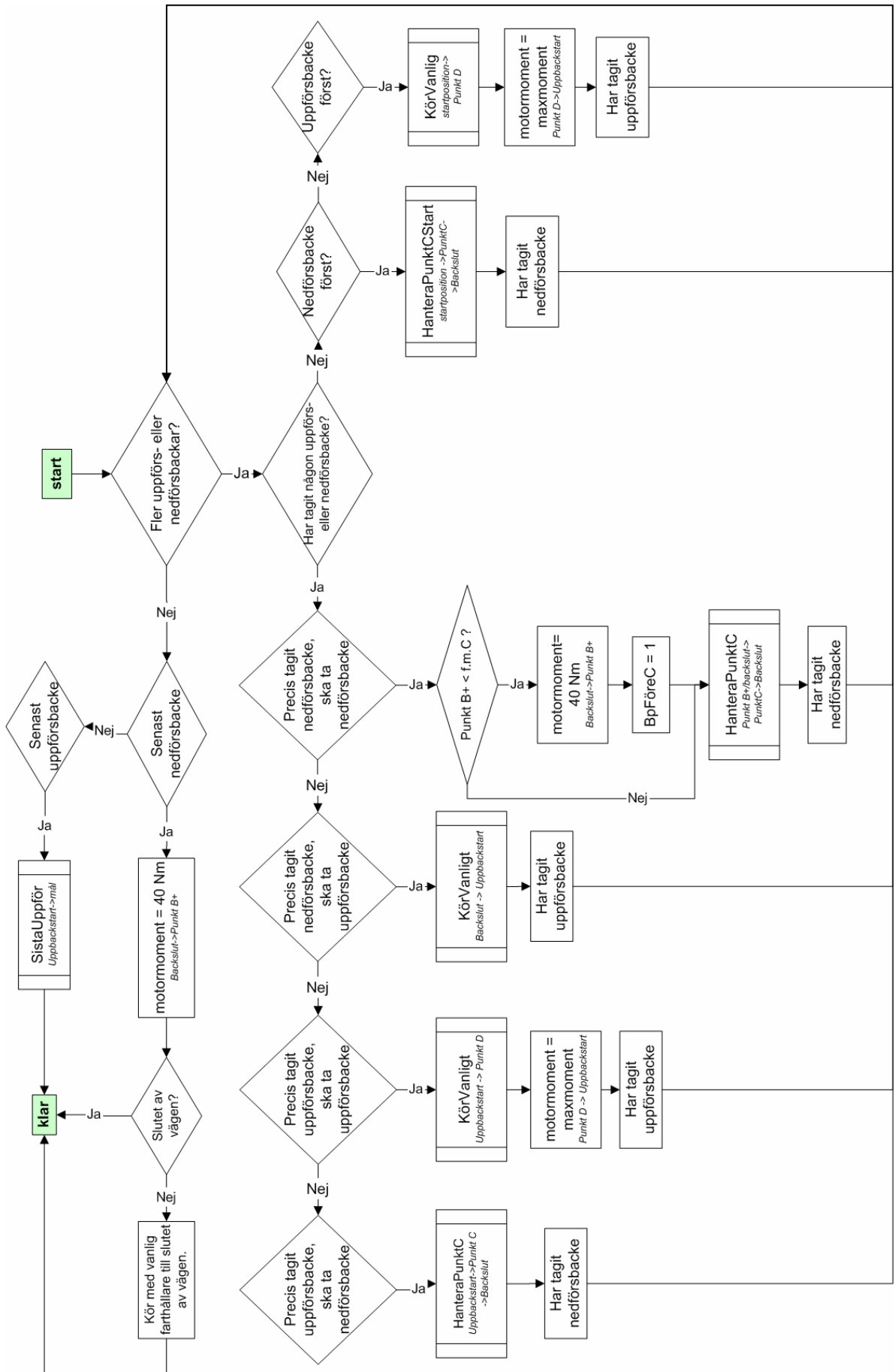
Figur 7.8 visar ett annat exempel på en symbol som finns i flödesschemat. I detta exemplet körs lastbilen med maximalt motormoment mellan Punkt D i den uppförsbacke lastbilen befinner sig i till Uppbackslut i samma uppförsbacke.



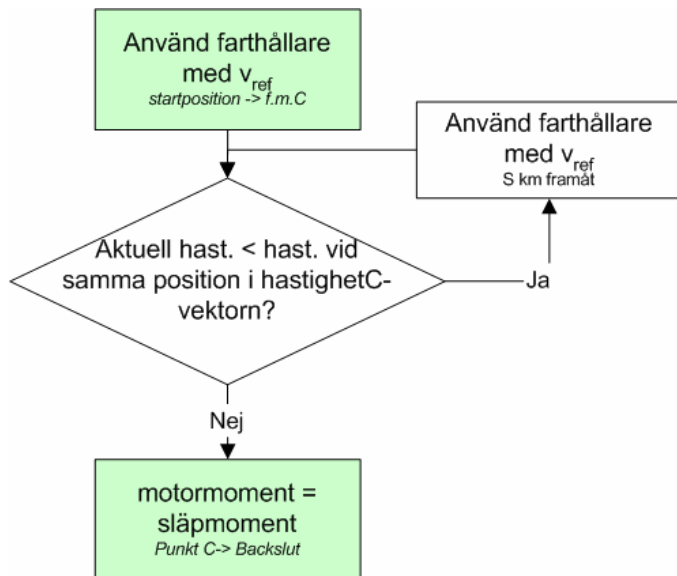
*Figur 7.7: Exempel på symbol i flödesschemat nedan.*



*Figur 7.8: Exempel på symbol i flödesschemat nedan.*



Figur 7.9: Flödesschema för hela systemet.



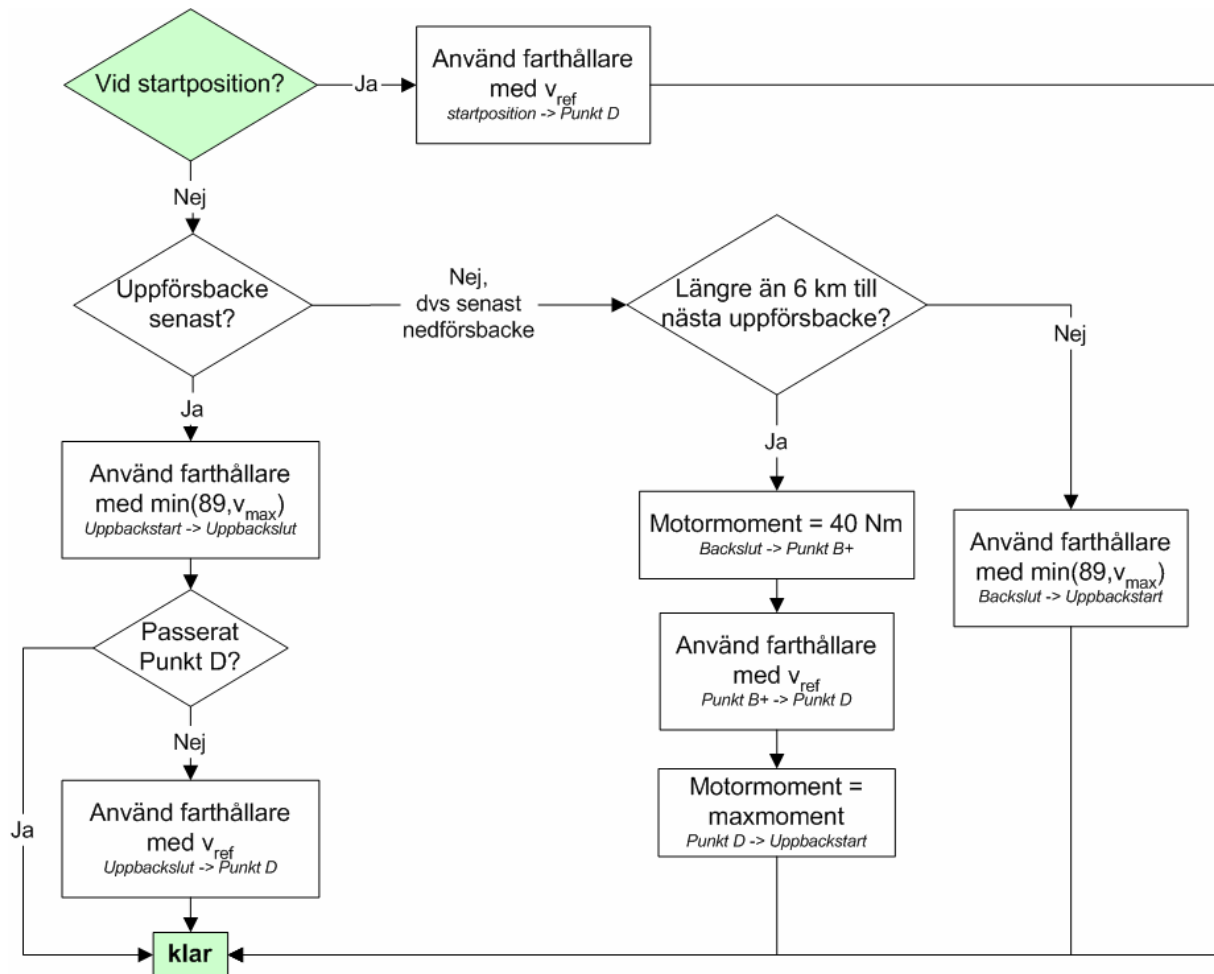
Figur 7.10: Flödesschema för HanteraPunktCStart

Programmet "HanteraPunktCStart" hanterar styrningen så att lastbilen körs med farthållaren inkopplad. Farthållaren är inställd på att följa  $v_{ref}$  från början av vägen till första möjliga punkt och fortsätter att vara inkopplad tills lastbilens hastighet blir större än hastigheten som finns beräknad för motsvarande position i hastighetC-vektorn. Denna position som lastbilen då befinner sig vid blir Punkt C. Från Punkt C fram till Backslut i första nedförsbacken används endast släpmomentet som motormoment.



Figur 7.11: Flödesschema för SistaUppför

Programmet "SistaUppför" anropas då lastbilen befinner sig vid Uppbackstart. Från Uppbackstart till Uppbackslut i samma uppförsbacke följer lastbilen styrsignalerna från farthållaren som ska följa  $\min(89, v_{max})$ . Om lastbilen har nått slut av vägen avslutas programmet. Om lastbilen däremot inte har nått slutet av vägen körs lastbilen efter farthållaren som är inställd att följa  $v_{ref}$  från lastbilens aktuella position (Uppbackslut) till slutet av vägen.



Figur 7.12: Flödesschema för KörVanligt

Det första som görs då "KörVanligt" anropas är att kontrollera om lastbilen befinner sig vid startpositionen. Om så är fallet följer lastbilen farthållarens styrsignaler då hastigheten är inställd på  $v_{ref}$  från startpositionen till Punkt D i första uppförsbacken.

Om lastbilen däremot inte befinner sig vid startpositionen kontrolleras om en upp- eller nedförsbacke togs senast.

Om en uppförsbacke togs senast befinner sig lastbilen vid Uppbackstart. Från den aktuella positionen körs lastbilen med farthållare inställd på  $\min(89, v_{max})$  till Uppbackslut. Om lastbilen har passerat Punkt D i nästa uppförsbacke är programmet klar annars fortsätter lastbilen köras efter farthållare till Punkt D och hastigheten som farthållaren ska följa är nu ändrad till  $v_{ref}$ .

Om lastbilen däremot senast tog en nedförsbacke görs en kontroll om det är längre än 6 km till nästa uppförsbacke. Om det är så långt finns det ingen mening med att behålla den extra farten som lastbilen fick i nedförsbacken. Att det maximala avståndet har valts till just 6 km beror på att ungefär så långt verkar metod 2 behålla den extra farten som lastbilen fått i nedförsbacke. Dock bör det påpekas att det avståndet är väldigt ungefärligt bedömt. Om avståndet är mindre än 6 km körs lastbilen enligt farthållarens styrsignaler som är inställd på  $\min(89, v_{max})$  från Backslutet till nästa uppförsbackes Uppbackstart. Om avståndet däremot är längre körs lastbilen först med motormoment = 40 Nm till Punkt B+, därefter enligt farthållaren inställd på  $v_{ref}$  till Punkt D. Den sista biten mellan Punkt D och Uppbackstart körs motorn med maximalt moment.



viset är farthållaren inställd på  $\min(89, v_{max})$  hela vägen från Uppbackstart till första möjliga Punkt C.

Lastbilen befinner sig nu vid första möjliga Punkt C. Om lastbilens hastighet är lägre än den hastigheten som krävs för att lastbilen ska nå rätt hastighet vid Punkt A körs lastbilen ytterligare en bit med farthållaren. Hastigheten som farthållaren är inställd på beror på om lastbilen befinner sig före eller efter Uppbackslut. Först när lastbilens hastighet är lägre än den hastighet som krävs för att rätt hastighet ska uppnås vid Punkt A, har lastbilen nått Punkt C. Då ändras strategin så att lastbilen styrs efter motormomentet. Motormoment är nu inställt på släpmomentet till Backslut i nedförsbacken.

Om den senaste styrningen hanterade en nedförsbacke görs först en kontroll om Punkt B+ i nedförsbacken som lastbilen befinner sig i finns före eller efter första möjliga Punkt C i nästa nedförsbacke.

Om Punkt B befinner sig först körs lastbilen med farthållare från Punkt B till första möjliga Punkt C med hastigheten inställd på  $v_{ref}$ . Därefter kontrolleras om lastbilens hastighet är lägre än hastigheten för motsvarande position i hastighetC-vektorn. Om det är så fortsätter lastbilen att köras efter farthållaren tills hastigheten är större än eller lika med hastigheten som krävs. Då har lastbilen nått Punkt C. Från Punkt C till Backslut sätts motormomentet till släpmomentet.

Om Punkt B finner sig efter första möjliga Punkt C kontrolleras först om lastbilens aktuella hastighet är större än hastigheten vid motsvarande position i hastighetC-vektorn eller om hastigheten minskar i hastighetC-vektorn. Om inget av dessa villkor är uppfyllda styrs motorn efter släpmomentet till Backslut i kommande nedförsbacke. Om något av villkoren är uppfyllda styrs motor efter att moment ska vara 40 Nm från lastbilens aktuella position (Backslut) till första möjliga Punkt C. Därefter kontrolleras om lastbilens aktuella hastighet är lägre än hastighet som krävs för att lastbilen ska få rätt hastighet vid Punkt A. Om lastbilens hastighet är lägre fortsätter motormomentet att vara 40 Nm tills hastighet blir större än eller lika med den hastighet som krävs för att hastigheten ska bli rätt vid Punkt A. Då har lastbilen nått Punkt C. Från Punkt C till Backslut sätts motormomentet om till släpmomentet.

## 7.4 Resultat

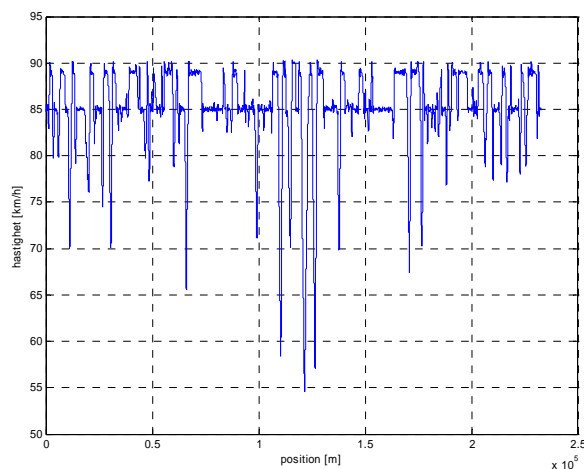
I simuleringarna som finns beskrivna i detta avsnitt är  $v_{ref}$  vald till 85 km/h,  $v_{min}$  till 70 km/h och  $v_{max}$  till 90 km/h. Resultaten som presenteras i detta avsnitt är framtagna genom att styra en modell av lastbilen som är framtagen i SHTL enligt metod 3.

I tabell 7.3 visas resultat från en körning då metod 3 samt den jämförande modellen användes. Sträckan som användes i detta test är vägen mellan Södertälje och Norrköping fram och tillbaka. Motorn som används är motor 1. I detta fall gav metod 3 en bränslebesparing på 3.40 %.

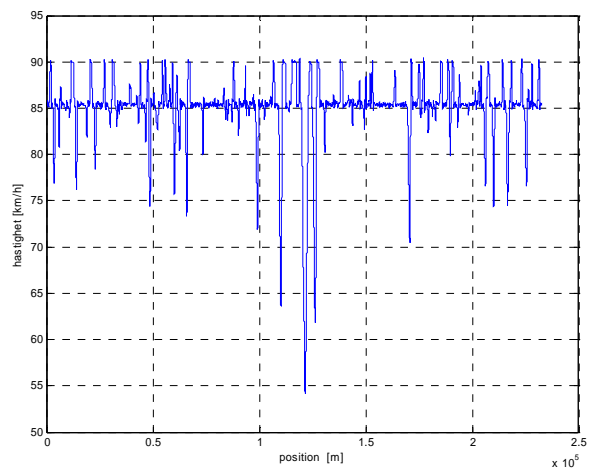


<b>Väg</b>	Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	
<b>Motor</b>	1	
	<b>Metod 3</b>	<b>Vanlig körning</b>
<b>Tid</b>	9 874 s $\approx$ 2.74 h	9874 s $\approx$ 2.74 h
<b>Sträcka</b>	12 m -> 232 636 m	12 m -> 232 640 m
<b>Bränsleförbrukning</b>	63 616 g	65 855 g
<b>Bränslebesparing</b>	<b>3.40 %</b>	

Tabell 7.3: Resultat från simulering av en lastbil som kör sträckan mellan Södertälje och Norrköping fram och tillbaka och använder motor 1.

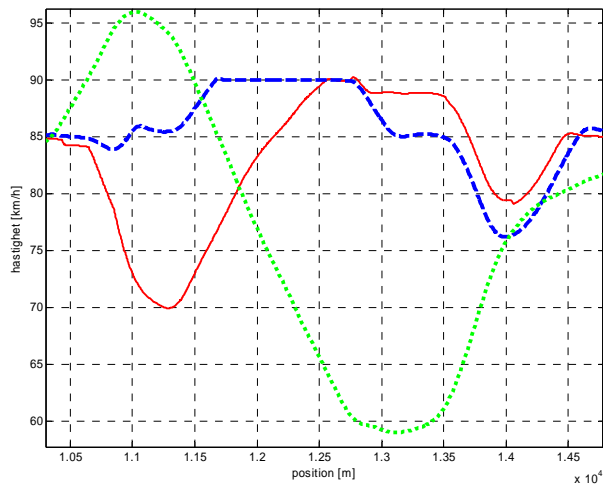


Figur 7.14: Hastigheten i km/h som funktion av positionen i meter då metod 3 används.

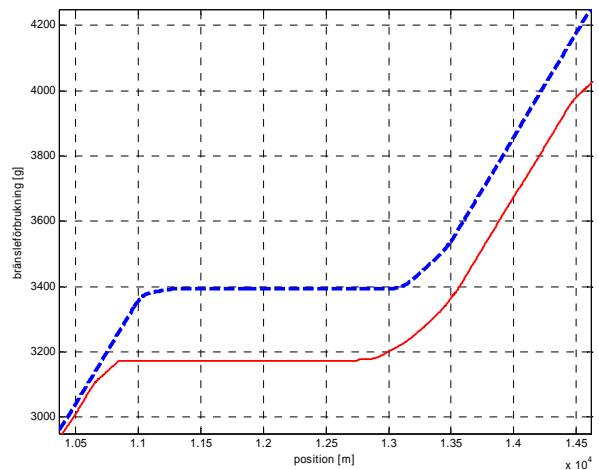


Figur 7.15: Hastigheten i km/h som funktion av positionen i meter då vanlig farthållare används.

Figur 7.14 och 7.15 visar hur hastigheten varierar längs sträckan då metod 3 samt vanlig farthållare används. I figurerna syns det att hastigheten då metod 3 används varierar mer än då farthållaren används, vilket känns naturligt, eftersom då farthållaren används strävar farthållaren efter att hålla en konstant hastighet på lastbilen medan då metod 3 används ska hastigheten variera för att få en bättre bränsleförbrukning.



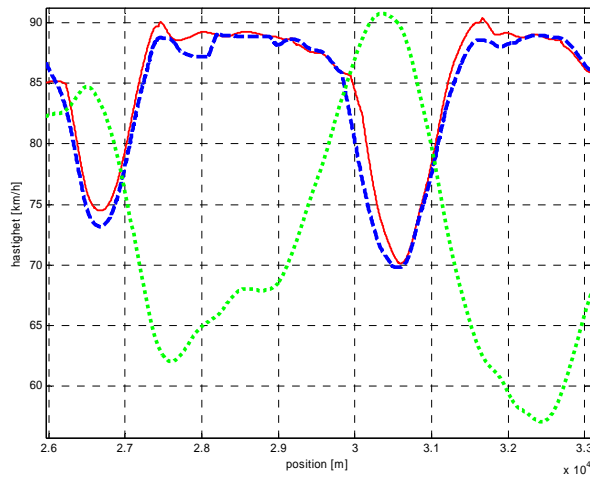
Figur 7.16: Hastigheten på lastbilen som körs enligt metod 3 som funktion av positionen (heldragen linje) och hastigheten på lastbilen som med den jämförande modellen som funktion av positionen (streckad linje). Den prickade linjen visar höjdens utseende.



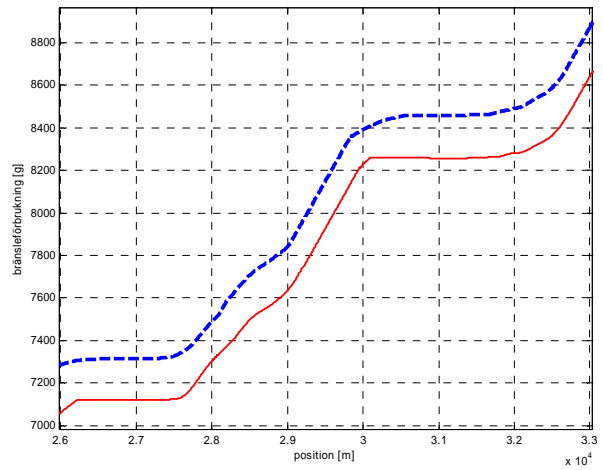
Figur 7.17: Bränsleförbrukning då metod 3 används som funktion av positionen (heldragen linje) och bränsleförbrukning för den jämförande modellen som funktion av positionen (streckad linje).

I figur 7.16 visas en del av körsträckan där metod 3 väljer en smartare körstrategi. Då den jämförande modellen används når lastbilen nedförsbackens början med en hastighet på 85 km/h. Nedförsbacken är tillräckligt brant för att lastbilen ska öka i hastighet utan att något drivande moment används och tillräckligt lång för att nå den maximalt tillåtna hastigheten (90 km/h) i nedförsbacken. För att fordonet inte ska rulla snabbare än den maximalt tillåtna hastigheten behöver fordonet bromsas under en lång sträcka. Energin som då försvinner har inte varit till någon nytta. Då metod 3 används ger motorn inget drivande moment en lång sträcka innan nedförsbackens början. Detta leder till att fordonet når nedförsbackens början med en betydligt lägre hastighet. Fördelen med det är att fordonet behöver bromsas betydligt senare och därför bromsas betydligt mindre energi bort. Som syns i figur 7.17 gav denna strategi en rejäl bränslebesparing.

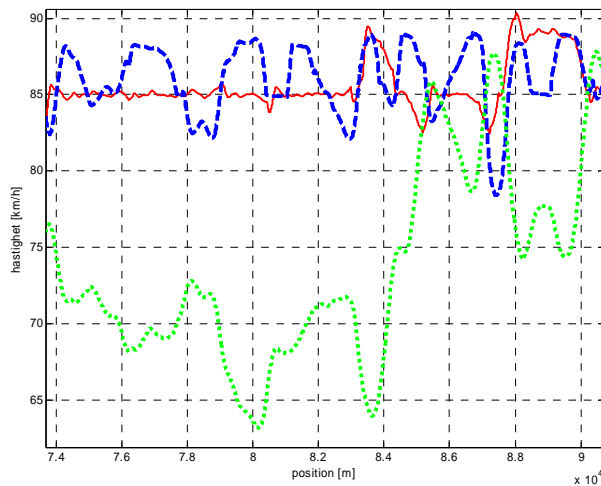
Ytterligare en skillnad i hastigheterna som syns i figur 7.16 är tillvägagångssättet efter nedförsbacken. Då farthållaren används sjunker hastigheten relativt snabbt till inställd hastighet, medan då metod 3 används behålls den höga hastigheten. Detta leder till att lastbilen som körs enligt metod 3 når den kommande uppförsbacken med betydligt högre hastighet och har därför högre rörelseenergi. Lastbilen kan då ta uppförsbacken betydligt snabbare vilket resultatet från metod 2 visade var fördelaktigt. Detta visas även i figur 7.17 som visar bränsleförbrukningen för körsträckan. Dock är inte denna besparing alls lika stor som besparing som gjorts innan nedförsbacken.



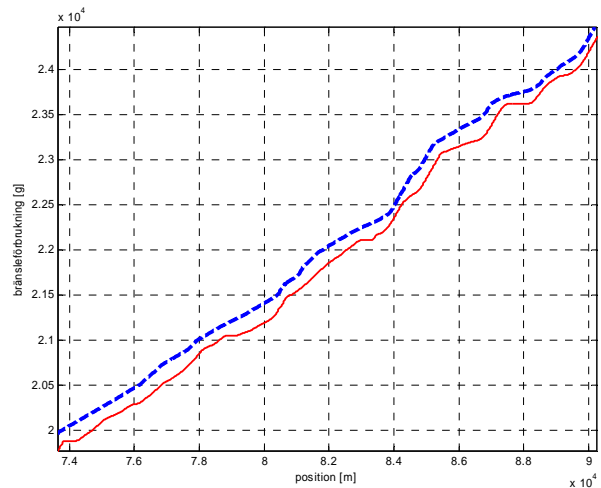
Figur 7.18: Hastigheten som funktion av positionen då metod 3 används (heldragen linje) och då metod 2 används (streckad linje). Den prickad linjen visar höjden på vägen.



Figur 7.19: Bränsleförbrukning som funktion av position då metod 3 används (heldragen linje) och då metod 2 används (streckad linje)



Figur 7.20: Hastigheten som funktion av positionen då metod 3 används (heldragen linje) och då metod 2 används (streckad linje). Den prickad linjen visar höjden på vägen.



Figur 7.21: Bränsleförbrukning som funktion av position då metod 3 används (heldragen linje) och då metod 2 används (streckad linje).

I figur 7.18, 7.19, 7.20 och 7.21 jämförs metod 3 med metod 2. I figur 7.18 visas en delsträcka där metoderna väljer strategier som är relativt lika. Största skillnaden är att i metod 3 är den maximala hastigheten 90 km/h medan i metod 2 är maximala hastigheten 89 km/h. Som syns i figur 7.19 blir bränsleförbrukningen nästan densamma. I figur 7.20 skiljer strategierna sig mer åt. Då positionen befinner sig mellan 74 och 83 km använder metod 3 farthållaren inställd på  $v_{ref}$  medan hastigheten för lastbilen som körs av metod 2 varierar betydligt mer. Anledningen till att metod 3 använder farthållaren hela den sträckan är att upp- och nedförsbackarna inte är tillräckligt branta för att det ska räknas som upp- eller nedförsbackar. Som syns i figur 7.21 väljer metod 2 en bättre styrning i bränsleavseende, men besparingen är inte alltför stor med tanke på hur mycket mer beräkningar som krävs.

Samma sträcka som ovan har körts med en annan motor (motor 3). Resultaten från simuleringarna är sammanfattade i tabell 7.4. Bränslebesparing i detta fall är 2.74 %.

<b>Väg</b>	Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	
<b>Motor</b>	3	
	<b>Metod 3</b>	<b>Vanlig körning</b>
<b>Tid</b>	9 806 s $\approx$ 2.72 h	9 806 s $\approx$ 2.72 h
<b>Sträcka</b>	12 m -> 232 634 m	12 m -> 232 638 m
<b>Bränsleförbrukning</b>	63 702 g	65 495 g
<b>Bränslebesparing</b>	<b>2.74 %</b>	

Tabell 7.4: Resultat från simulering då en lastbil som kör sträckan mellan Södertälje och Norrköping fram och tillbaka och motor 2 används.

Metod 3 har även testats på en väg som går mellan platserna Gräfenhausen och Wenderhausen i Tyskland.

I tabell 7.5 sammanfattas resultaten då metod 3 samt den jämförande modellen användes på sträckan mellan Gräfenhausen och Wenderhausen och då motor 1 användes. I detta fall gav metod 3 en bränslebesparing på 1.87 %.

<b>Väg</b>	Gräfenhausen -> Wenderhausen	
<b>Motor</b>	1	
	<b>Metod 3</b>	<b>Vanlig körning</b>
<b>Tid</b>	10 637 s $\approx$ 2.95 h	10 637 s $\approx$ 2.95 h
<b>Sträcka</b>	26 m -> 244 588 m	26 m -> 244 593 m
<b>Bränsleförbrukning</b>	70 664 g	72 012 g
<b>Bränslebesparing</b>	<b>1.87 %</b>	

Tabell 7.5: Resultat från simulering då en lastbil som kör sträckan mellan Gräfenhausen och Wenderhausen i Tyskland och motor 1 används.

I tabell 7.6 visas resultaten då samma simuleringar som ovan gjordes förutom att motor 3 användes istället för motor 1. Detta fall gav en bränslebesparing på 1.52 %.

<b>Väg</b>	Gräfenhausen -> Wenderhausen	
<b>Motor</b>	3	
	<b>Metod 3</b>	<b>Vanlig körning</b>
<b>Tid</b>	10 495 s $\approx$ 2.92 h	10 495 s $\approx$ 2.92 h
<b>Sträcka</b>	25 m -> 244 588 m	25 m -> 244 588 m
<b>Bränsleförbrukning</b>	72 215 g	73 330 g
<b>Bränslebesparing</b>	<b>1.52 %</b>	

Tabell 7.6: Resultat från simulering då en lastbil som kör sträckan mellan Gräfenhausen och Wenderhausen i Tyskland och motor 2 används.

### 7.4.1 Nedförsbackarnas betydelse på resultatet

När bränsleförbrukningen undersöks syns det väldigt tydligt att strategin som lastbilen använder i nedförsbackarna ger en stor bränslebesparing. Det är däremot svårare att bedöma om och i så fall hur stor besparing som görs med strategin som används i uppförsbackarna. För att få en uppfattning om detta gjordes simuleringar då endast strategin som är framtagen till nedförsbackarna användes. Resultatet från de olika kombinationerna av motor- och sträckvarianterna då metod 3 används och endast strategin används i nedförsbackarna är sammanfattade i tabell 7.11. Det bör dock noteras att metod 3 och ”metod 3 – endast nedförsbacke” inte använder samma körtid. Bränslebesparing för metod 3 är den besparing som har fåtts jämfört med den jämförande modellen med samma körtid som metod 3 använde och bränslebesparing för ”metod 3 – endast nedförsbacke” är den besparing som har fåtts jämfört med den jämförande modellen med samma körtid som ”metod 3 – endast nedförsbacke” använde.

Sträcka	Motor	Bränslebesparing metod 3	Bränslebesparing metod 3 – endast nedförsbacke
Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	1	3.40 %	2.88 %
Södertälje -> Norrköping -> Södertälje	3	2.74 %	2.69 %
Gräfenhausen -> Wenderhausen	1	1.87 %	1.66 %
Gräfenhausen -> Wenderhausen	3	1.52 %	1.25 %

Tabell 7.11: Bränslebesparing jämfört med om lastbilen körs efter farthållaren med hastigheten inställd så att samma körtid fås.

I tabell 7.11 går det att utläsa att samtliga tester gav större bränslebesparing då även styrningen i uppförsbackarna användes. Resultaten visar att det är framförallt styrningen i nedförsbackarna som ger en minskning av bränsleförbrukningen.

### 7.4.2 Hastighetsgränsernas inverkan på förbrukningen

Eftersom alla förare inte är intresserade av att köra så långsamt som 70 km/h eller kanske vill köra fortare eller långsammare än 90 km/h är det intressant att se hur mycket förändringar av dessa hastighetsgränser påverkar bränsleförbrukningen.

Simuleringarna som är gjorda för att undersöka detta är gjorda på en lastbil som förflyttar sig sträckan mellan Södertälje och Norrköping fram och tillbaka och använder motor 1. Precis som i alla andra resultat som har presenteras har den jämförande modellen samma körtid som metod 3 använder. Resultaten från dessa simuleringar är sammanfattade i tabell 7.12.

Väg		Södertälje -> Norrköping -> Södertälje		
Motor		1		
$v_{min}$	$v_{max}$	Bränsleförbrukning - metod 3	Bränsleförbrukning – vanlig körning	Bränslebesparing
70 km/h	90 km/h	63 388 g	65 855 g	3.40 %
75 km/h	90 km/h	64 152 g	66 107 g	2.96 %
80 km/h	90 km/h	64 905 g	66 392 g	2.24 %
70 km/h	95 km/h	63 252 g	64 586 g	2.07 %

Tabell 7.12: Bränslebesparingen då metod 3 används med olika val av hastighetsbegränsningarna.

Som syns i tabell 7.12 blir bränslebesparingen större ju lägre  $v_{min}$  tillåts vara. Detta resultat var förväntat eftersom ju lägre hastighet fordonet tillåts att åka i desto längre sträcka kan fordonet åka utan drivande moment från motorn innan nedförsbackarna nås. Ett mer oväntat resultat är att besparingen blir mindre om  $v_{max}$  tillåts vara högre. Det bör påpekas att den jämförande modell har ändrats för detta sista test så att bromsar inte börjar användas förrän hastigheten hos fordonet överskrider 95 km/h, istället för 90 km/h som brukar gälla. Anledningen till att resultatet blev på detta viset beror troligtvis inte på att metod 3:s resultat har blivit sämre utan att den jämförande modellens körning har blivit bättre. En av metodens fördelar är att maxhastigheten nås på rätt ställe av backen vilket innebär att energi inte bromsas bort i onödan. När nu den jämförande modellen tillåts att åka fortare, kommer naturligtvis mindre energi bromsas bort.

## 7.5 Implementeringsmöjligheter

För att få en uppfattning om metod 3 skulle kunna implementeras i en lastbil eller inte beräknades antalet operationer som utförs mellan varje gång styrsignalstrategi ändras. Maximalt utförs ungefär 40 operationer mellan dessa byten. Då antalet operationer beräknades antogs det att alla punkter var beräknade i förväg. En sak som behövs bestämmas är hur ofta styrsignalen ska kunna ändras. I nuläget kan styrsignalen ändras med godtyckligt små intervall. Hur små dessa intervall tillåts vara om metoden skulle implementeras i en lastbil bestäms beroende på hur mycket beräkningskraft som styrenheten tillåts använda på metoden. Om vi antar att minsta möjliga intervall mellan byte av styrsignalstrategi är 10 meter vilket motsvarar 0.4 sekunder, skulle metoden vara möjlig att implementera.

Då simuleringarna görs av metod 3 så skickas styrsignalen samt till vilken position som styrsignalerna ska användas till modellen av lastbilen. På detta viset kommer metoden troligtvis inte att implementeras i verkligheten. Troligtvis kommer metoden istället implementeras så att lastbilen bes följa en viss styrsignal tills systemet får ett nytt kommando. På det viset slipper man också problemet med vad som händer om beräkningarna inte utförts i tid.

I nuläget är metod 3 implementerad i Matlab, men om metoden skulle implementeras i en lastbil skulle koden behöva skrivas om till språket C. Matlab använder 64 bitars flyttal vid beräkningarna medan styrenheten där metoden skulle placeras använder som mest 32 bitars flyttal. Detta medför att beräkningarna blir mindre exakta.

## 7.6 Slutsatser

Resultaten från detta kapitel visar att om en lastbil styrs enligt metod 3 skulle det kunna ge bränslebesparingar mellan 1.52 % och 3.40 % jämfört med om lastbilen körts med en farthållare.

Fördelen med metoden är att styrningen bara ändras på de delsträckor där större besparingar kan göras, det vill säga i och i närheten av upp- och nedförsbackar. Dessutom kan så gott som alla beräkningar göras i förväg. Kombinationen av detta gör att beräkningskraften som behövs är liten.

Eftersom styrningen endast ändras i och i närheten av upp- och nedförsbackar ger metoden störst besparing på sträckor som innehåller en stor andel backar. Detta är anledningen till att besparingarna blir som störst på vägen mellan Södertälje och Norrköping som innehåller betydligt mer backar än vägen i Tyskland som också undersöktes.

Resultaten som presenterades i föregående avsnitt visar också att det är i nedförsbackar som den huvudskaliga delen av minskningen av bränsleförbrukningen görs.

Ytterligare slutsatser som kan dras är att bränslebesparingen blir större ju mer hastigheten tillåts variera.





## 8. Slutsatser

---

Genom att utnyttja informationen om vägens topografi kan lastbilens hastighet styras på ett sådant sätt att bränsleförbrukningen minskas. I denna rapport har tre olika metoder tagits fram för hur motor- och bromsmoment ska styras. Metod 1 ger ingen besparing medan metod 2 och metod 3 ger betydande besparingar. Med de vägar och motorer som undersökts blev besparingarna för metod 2 -1.09 % - 3.05 % och för metod 3 1.52 % - 3.40 % jämfört med om sträckan istället skulle ha körts med en lastbil som följt styrsignalerna från en farthållare.

Av metod 2 och 3 finns det flest fördelar med metod 3. De fördelar som metod 3 har jämfört med metod 2 är att av de tester som är gjorda blev besparingen störst för metod 3. Dessutom är beräkningskraften som behövs betydligt mindre för den metoden. Ytterliggare en fördel är att intervallet som lastbilens hastighet tillåts variera inom kan väljas godtyckligt. De nackdelar som finns med metod 3 är att det inte är en optimal styrning som beräknas utan endast vad som tros vara bäst. Detta innebär att det i vissa fall kan hända att styrningen blir totalt fel. Just detta är fördelen med metod 2. Den största utmaningen med metod 2 är att ändra optimeringsalgoritmen så att beräkningskraften som krävs minskas och att hastighetsintervallet kan varieras godtyckligt.



## 9. Framtida arbeten

---

För att metod 2 och metod 3 ska kunna implementeras i en lastbil i framtiden krävs ytterliggare arbeten.

Den största utmaningen i metod 2 är att kunna tillåta att lastbilen har en högre hastighet än 89 km/h. Dessutom behövs en bättre lösning då optimeringsalgoritmen inte hittar en lösning till optimeringsproblemet i första försöket. I nuläget tillåts att kravet på medelhastigheten och minsta tillåtna hastigheten ändras tjugo gånger om en lösning inte hittas. Om en lösning fortfarande inte finns då, använder modellen sig av farthållarens styrsignaler i 10\*S km. Därefter försöker optimeringsalgoritmen återigen hitta en lösning. Detta är alldeles för beräkningskrävande. Dessutom bör de förenklingar som är gjorda undersökas närmare för att se om förenklingarna är orsaken till att en kombination av väg och motor gav en ökning av bränsleförbrukningen.

I metod 3 kan troligtvis mer arbeten göras för att undersöka hur styrningen av uppförsbackarna ska ske. Dessutom skulle det vara intressant att se om en modifierad variant av metod 3 skulle fungera utan någon information om vägens framtida höjdtseende utan istället använda information om hur vägen som lastbilen redan har passerat ser ut. Det skulle även vara intressant att se om metoderna kan modifieras så att även växlingar är möjliga samt om systemet kan kombineras med en adaptiv farthållare.



## Appendix A

För metod 2 är

$$f = [L_u \quad \dots \quad L_u \quad L_e \quad \dots \quad L_e \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$X = \begin{bmatrix} w_{u,1} \\ \vdots \\ w_{u,m} \\ w_{e,1} \\ \vdots \\ w_{e,m} \\ t_1 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix}$$

$A_{eq}$  består av fyra matriser enligt följande:

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} A_{eq,1} \\ A_{eq,2} \\ A_{eq,3} \\ A_{eq,4} \end{bmatrix}$$

där

$$A_{eq,1} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & B_e & 0 & \dots & 0 \\ -K_2 B_u & 0 & \dots & 0 & -K_1 B_e & B_e & 0 & \dots & 0 \\ 0 \dots 0 & -K_2 B_u & 0 & \dots & 0 & -K_1 B_e & B_e & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & \ddots & \ddots & & & \\ 0 & \dots & 0 & -K_2 B_u & 0 & \dots & 0 & -K_1 B_e & B_e & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$A_{eq,1}$  ser till så att ekvation (7.5b) är uppfylld.

$$A_{eq,2} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 \dots 0 & -S \cdot L_t & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -S \cdot L_t & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & & \ddots & \ddots & & & \\ 0 & \dots & 0 & -S \cdot L_t & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_{eq,2}$  ser till så att ekvation (7.5c) är uppfylld.

$$A_{eq,3} = \begin{bmatrix} 1 \dots 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 \dots 0 & 1 \dots 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & \dots & 0 & 1 \dots 1 & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$A_{eq,3}$  ser till så summan föra  $w_{e,i} = 1$  för alla  $i$ .

$$A_{eq,4} = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & 1 \dots 1 & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \dots 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & \dots & & 0 & 1 \dots 1 & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$A_{eq,4}$  ser till så summan för  $w_{u,i} = 1$  för alla  $i$ .

Utseendet för  $b_{eq}$  är:

$$b_{eq} = \begin{bmatrix} b_{eq,1} \\ b_{eq,2} \\ b_{eq,3} \\ b_{eq,4} \end{bmatrix}$$

där

$$b_{eq,1} = \begin{bmatrix} e_{start} \\ K_3 \sin\left(\frac{\alpha(startplats) + \alpha(startplats + S)}{2}\right) + K_4 \\ K_3 \sin\left(\frac{\alpha(startplats + S) + \alpha(startplats + 2 \cdot S)}{2}\right) + K_4 \\ \vdots \\ K_3 \sin\left(\frac{\alpha(startplats + (m-2) \cdot S) + \alpha(startplats + (m-1) \cdot S)}{2}\right) + K_4 \end{bmatrix}$$

där  $e_{start}$  är lastbilens hastighet i kvadrat från den position där optimeringen utgår ifrån.

$$b_{eq,2} = \begin{bmatrix} t_{start} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_{eq,3} = b_{eq,4} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

där  $t_{start}$  är lastbilens körtid då optimeringen startar.

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_6 \end{bmatrix}$$

$A_1$  ser till så att den totala körtiden inte blir större än vad körtiden skulle varit om lastbilen hade förflyttat sig sträcka med önskad medelhastighet.

$$A_1 = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]$$

$A_2$  ser till så att alla  $X$  är positiva

$$A_2 = [0 \quad \dots \quad 0]$$

$A_3$  ser till så att motormoment är mindre än maximala momentet vid en given hastighet.

$$A_3 = \begin{bmatrix} B_u & 0 & \dots & 0 & -L_{MaxM} & 0 & \dots & 0 \\ 0 \dots 0 & B_u & 0 & \dots & 0 & -L_{MaxM} & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & & \ddots & & \\ 0 & \dots & 0 & B_u & 0 & \dots & 0 & -L_{MaxM} & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

där  $L_{MaxM} = [L_{MaxM,e1} \quad L_{MaxM,e2} \quad \dots \quad L_{MaxM,en}]$  och  $L_{MaxM,ei}$  är maximala motormomentet då lastbilens hastighet i kvadrat är  $ei$ .

$A_4$  ser till så att motormoment är större än det minimalt tillåtna momentet.

$$A_4 = \begin{bmatrix} -B_u & 0 & \dots & 0 & L_{MinM} & 0 & \dots & 0 \\ 0 \dots 0 & -B_u & 0 & \dots & 0 & L_{MinM} & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & & \ddots & & \\ 0 & \dots & 0 & -B_u & 0 & \dots & 0 & L_{MinM} & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

där  $L_{MinM} = [-1050 \quad \dots \quad -1050]$

$A_5$  ser till så hastigheten ej är under den minimalt tillåtna hastigheten

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & -B_e & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -B_e & 0 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & & & \\ 0 & \dots & & 0 & -B_e & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$A_6$  ser till så att hastigheten inte är övre den maximalt tillåtna hastigheten.

$$A_6 = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & B_e & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & B_e & 0 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & & & \\ 0 & \dots & & 0 & B_e & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

Utseendet för  $b$ :

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_6 \end{bmatrix}$$

där

$$b_1 = \frac{S \cdot (m-1)}{v_{medel}}$$

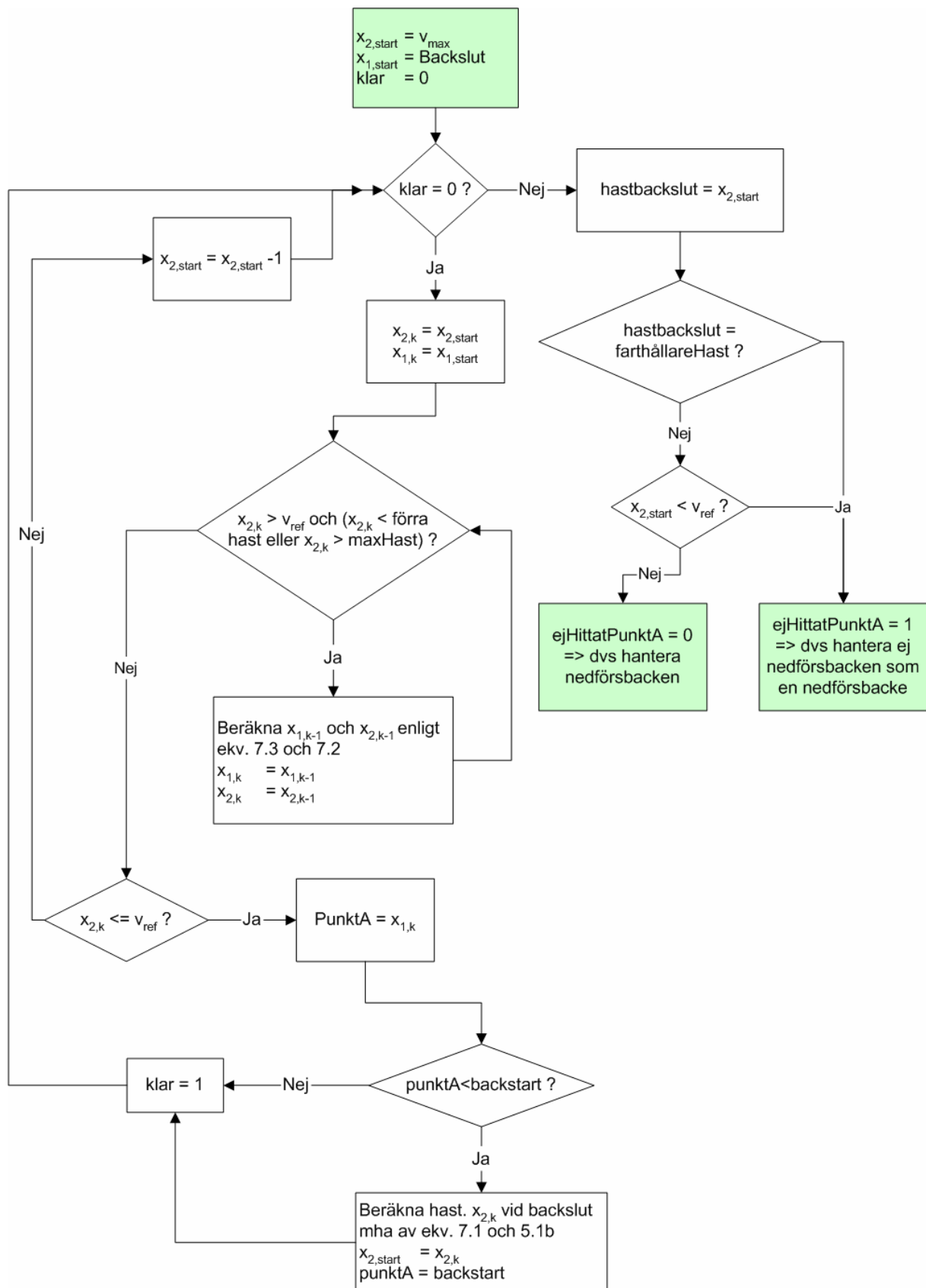
$$b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_3 = b_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_5 = \begin{bmatrix} -e_{\min} \\ \vdots \\ -e_{\min} \end{bmatrix} \quad b_6 = \begin{bmatrix} e_{\max} \\ \vdots \\ e_{\max} \end{bmatrix}$$

där  $e_{\min} = v_{\max}^2$  och  $e_{\max} = v_{\max}^2$

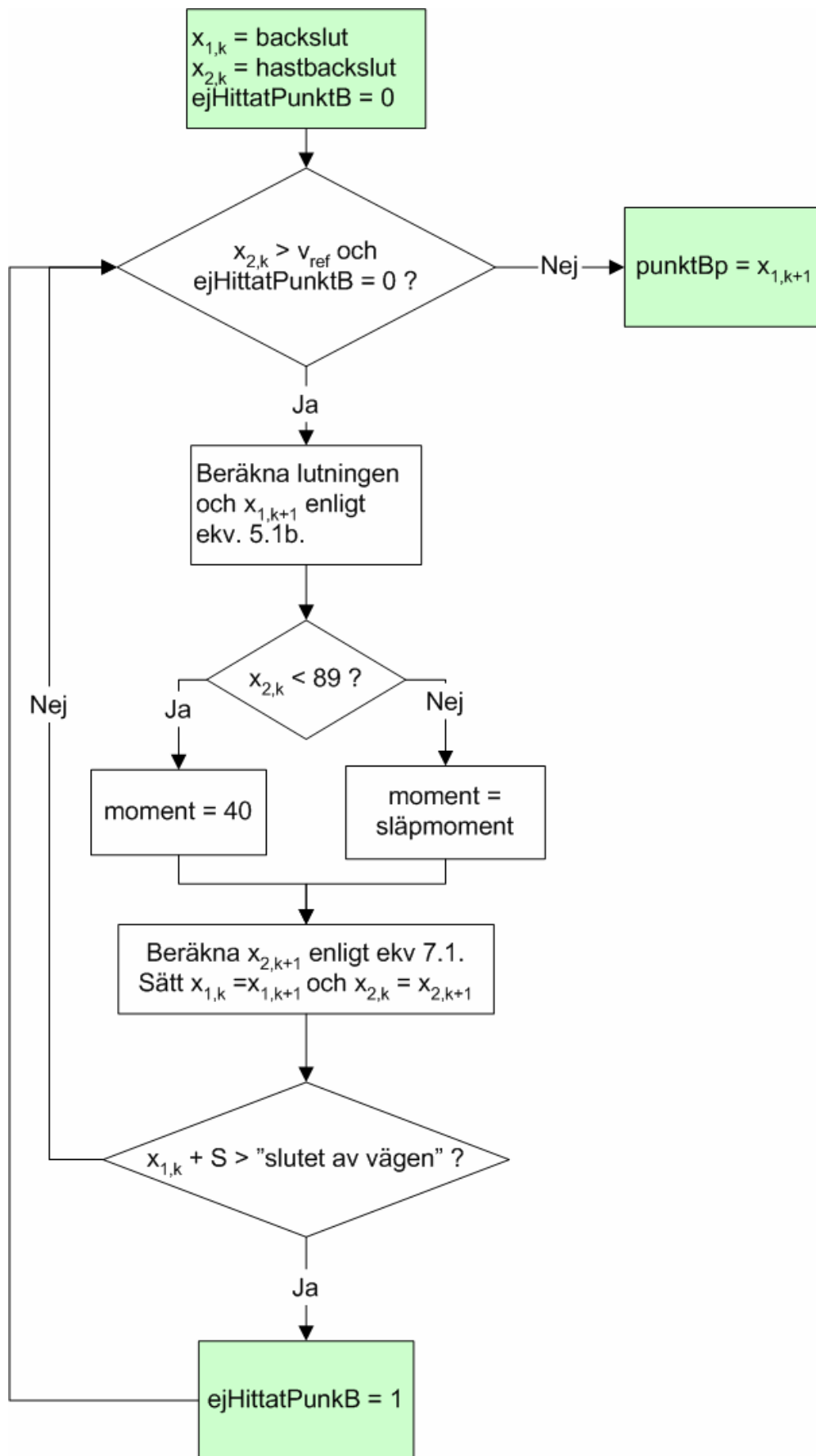




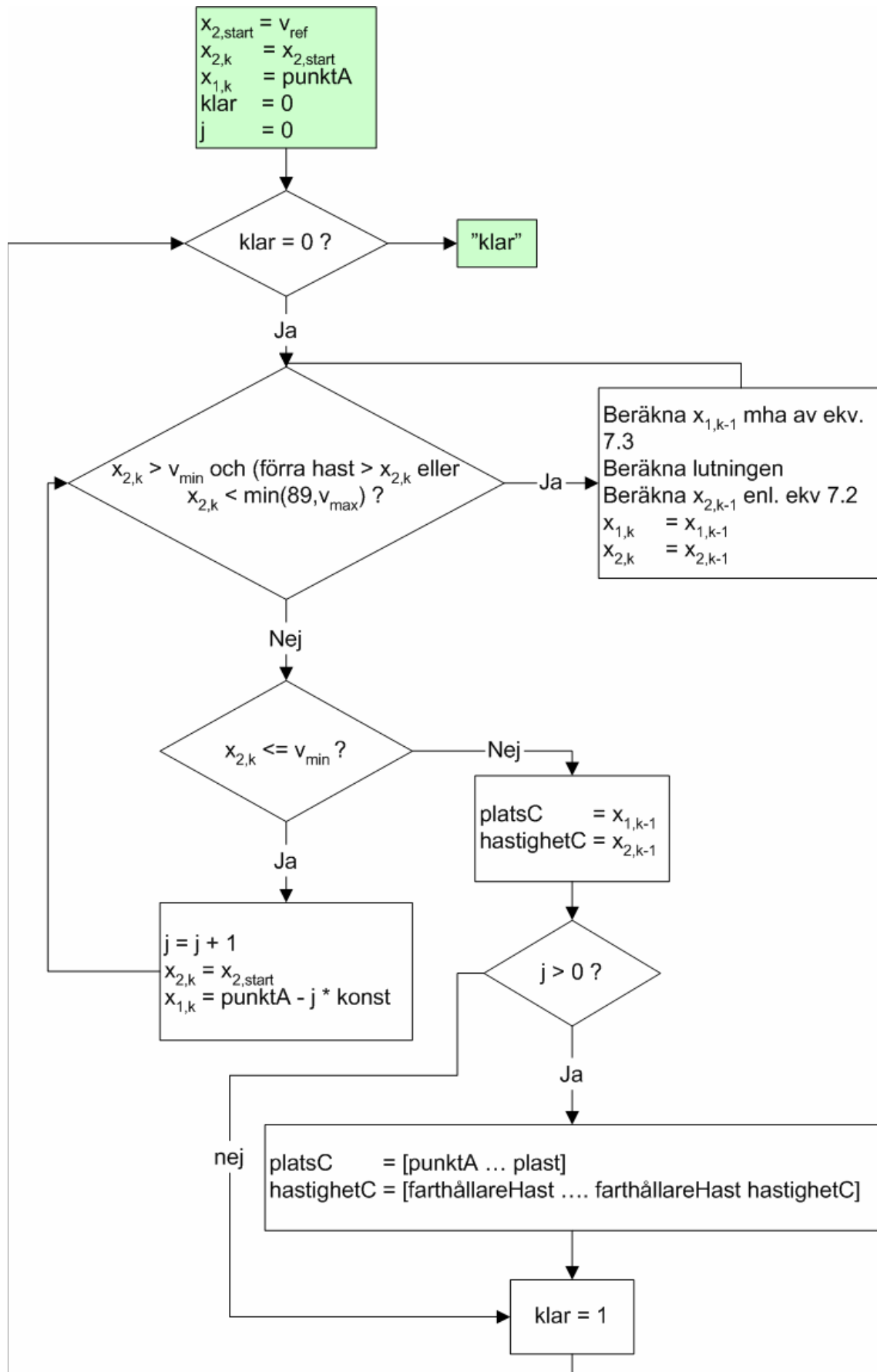
## Appendix B



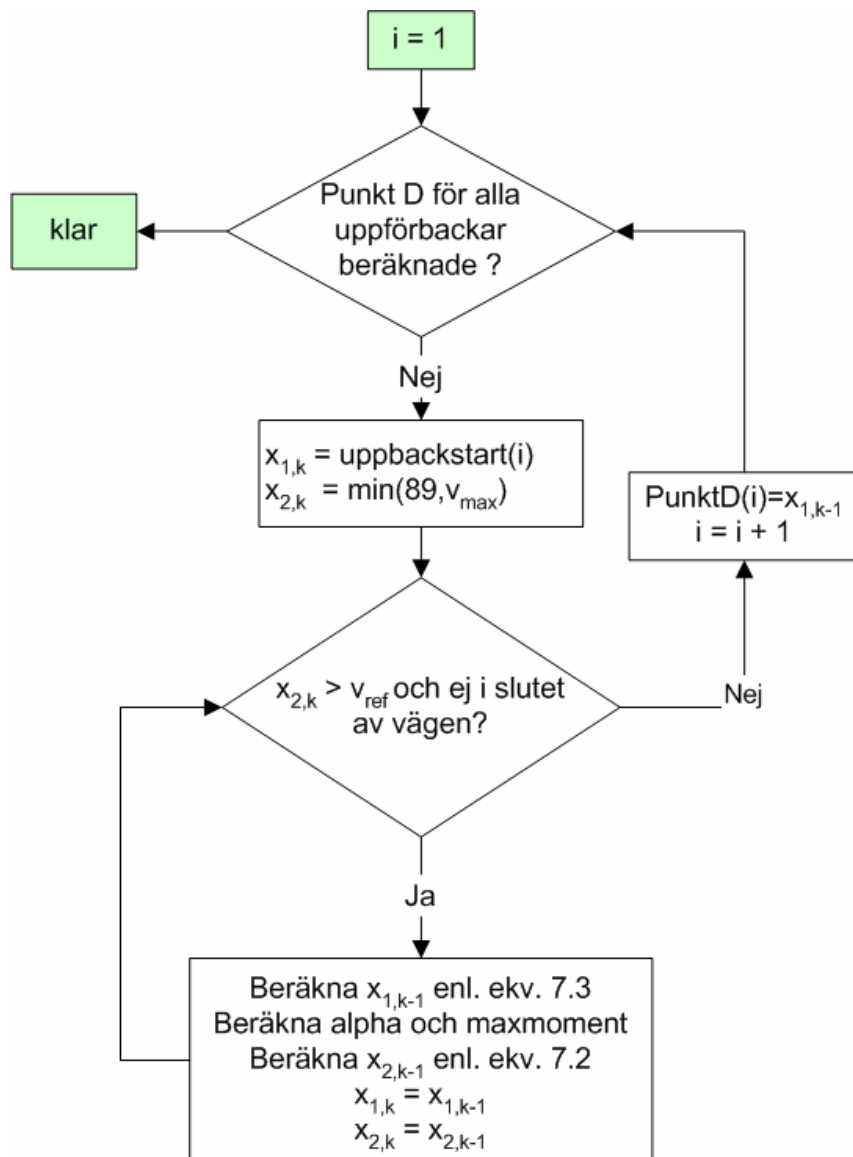
Figur B.1: Flödesschema för att beräkna Punkt A.



Figur B.2: Flödesschemat för beräkning av Punkt B+.



Figur B.3: Flödesschemat för beräkning av platsC- och hastighetC-vektorn.



Figur B.4: Flödesschema för beräkningen av alla Punkt D

## Källförteckning

- [1] T. Sandberg (2001), "Heavy Truck Modeling for Fuel Consumption Simulations and Measurements", Licentiate Thesis 924, Linköping University, S-581 83 Linköping
- [2] F. Lattemann, K. Neiss, S. Terwen, T. Connolly (2004), "The Predictive Cruise Control- A System to Reduce Fuel Consumption of Heavy Duty Trucks", SAE Paper 2004-01-2616
- [3] M. Brandstaeter, W. Prestl, G. Bauer (2004), "Functional Optimization of Adaptive Cruise Control Using Navigation Data", SAE Paper 2004-01-1744
- [4] M. Åsbogård, F. Edström, J. Bringhed, M. Larsson, J. Hellgren (2004), "Evaluating Potential of Vehicle Auxiliary System Coordination Using Optimal Control", 7<sup>th</sup> International Symposium on Advanced Vehicle Control, Arnhem, s. 701 – 706.
- [5] N. Pettersson, K. H. Johansson, "Optimal Control of the Cooling System in Heavy Vehicles", IFAC Symposium "IFAC Symposium Advances in Automotive Control" 2004
- [6] A. Fröberg, L. Nielsen, L.-G. Hedström, M. Pettersson, "Controlling Gear Engagement and Disengagement on Heavy Trucks for Minimization of Fuel Consumption", publiceras vid 16:de IAFC världskongressen i Prag.
- [7] L. Nielsen, L. Eriksson (2003), "Course material, Vehicular Systems"
- [8] P. Bengtsson, H. Jansson, N. Pettersson, T. Sandberg, "Development of a Modelica Heavy Vehicle Modeling Library", publiceras vid den 4:de internationella Modelica konferensen i mars 2005.
- [9] S. P. Bradley, A. C. Hax, T. L. Magnanti (1977), "Applied Mathematical Programming", Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-00464-X
- [10] J. Nocedal, S. J. Wright (1999), "Numerical Optimization", Springer-Verlag, ISBN 0-387-98793-2
- [11] [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com), 2004-12-30
- [12] D. C. Montgomery (2001), "Design and Analysis of Experiments", John Wiley & Sons, Inc, ISBN 0-471-31649-0